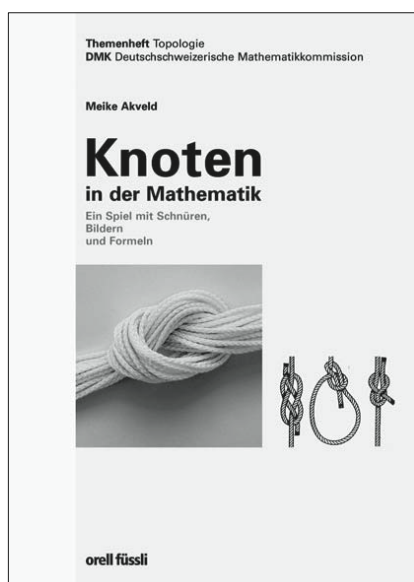

Bücher und Computersoftware

M. Akveld: Knoten in der Mathematik. Ein Spiel mit Schnüren, Bildern und Formeln. Themenheft Topologie, Deutschschweizerische Mathematikkommission. 72 Seiten, sFr 23.80. Orell Füssli, Zürich, 2007; ISBN 978-3-280-04050-8



Wie lässt sich feststellen, ob ein verschlungenes Stück Schnur wirklich verknötet ist? Diese Frage hat die Entwicklung eines Zweiges der algebraischen Topologie angestoßen, also von Mathematik, die in den letzten hundert Jahren entwickelt wurde. Es ist bemerkenswert, dass die Schulmathematik sich ein derart „junges“ Thema vornimmt. Die Autorin thematisiert die Darstellung von Knoten durch generische Projektion auf eine Ebene. Daraus ergibt sich ein Klassifikationsproblem, das im Sinn und Geist der algebraischen Topologie, aber auf die Schule zugeschnitten, behandelt wird. Knotendiagramme werden durch Reidemeisterschritte verändert, Knoten werden zusammengesetzt, Primknoten werden gefunden. Unter den Merkmalen von Knoten oder von Knotenprojektionen gibt es welche, die sich als Zahlen ausdrücken lassen. Darunter sind jene besonders interessant, die sich bei Reidemeisterschritten nicht verändern. Beispiele für Knoteninvarianten sind: Kreuzungszahlen, Orientierbarkeit, Dreifärbbarkeit, Verschlingung und Verschlingungszahl. Als algebraische Invariante wird das Jones-Polynom hergeleitet.

In der didaktischen Umsetzung zeigen sich das Geschick der Autorin, aber auch die natürlichen Grenzen der Schulmathematik. Das Wecken der Neugierde gelingt durch ganz konkretes Arbeiten mit einem Stück Schnur. Alle wesentli-

chen Gedankenschritte werden konstruktiv aufgebaut und durch geeignete Aufgaben abgesichert. Meike Akveld weiss als Lehrerin, wie aus dem Spiel mit Schnüren Ernst gemacht werden kann: Sehr bald ist es entscheidend, dass man beim Arbeiten solche grundlegenden Eigenschaften wie Sorgfalt, Geduld, Gründlichkeit, Fantasie und Raumvorstellung entwickelt, um den gestellten Aufgaben gerecht zu werden. Schon im ersten „elementaren“ Teil des Themenheftes wird auf eine originelle Weise Mathematik gemacht, die dem Thema *und* den Lernenden (typisches Alter ab 15 Jahren) gerecht wird. Die formalen Ansprüche steigen im zweiten Teil mit der Entwicklung der Knotenpolynome. Das Leitmotiv *Invarianten* wird durchgehalten. Knotenpolynome sind für Gymnasiasten ungewohnt, weil nun nicht die üblichen Eigenschaften von Polynomfunktionen behandelt werden. Die wesentliche Information ist in der Folge der Koeffizienten dieser formalen Laurentpolynome kodiert. Jeder willige Schüler kann unter Anleitung zwar Schritt für Schritt verstehen, wie man von einem Knoten zum Jonespolynom gelangt. Nur die echt mathematisch Begabten werden sich aber noch mehr Gedanken über Knotenpolynome machen wollen und von Neugierde getrieben selbst mathematisches Neuland aufsuchen. Die Gliederung nimmt darauf Rücksicht: Es gibt einen „Pflichtteil“ und eine „Kür“.

Dieser Text hat mir neue Wege zu aktuellen Themen der Schulmathematik aufgezeigt. Ich empfehle seine Anwendung wärmstens beispielsweise in einer modernisierten Raumgeometrie, für eine Sonderwoche „Knoten in Theorie und Praxis“, als Ausgangspunkt für Maturarbeiten oder allgemein auch in der Begabtenförderung.

H.R. Schneebeli, Zürich

R. Kippenhahn: Eins, zwei, drei ... unendlich. Eine Reise an die Grenzen der Mathematik. 243 Seiten, sFr 31.60. Piper-Verlag, München, 2007; ISBN 3-4920-4907-9.

Die meisten Menschen haben eine ungefähre Idee, was das Wort „unendlich“ bedeutet. Die Menge der ganzen Zahlen ist unendlich, und die Menge der Brüche ebenso. Aber wenn man den Nachbarn im Tram fragt, ob es mehr Brüche gibt als ganze Zahlen, oder ob etwa die Menge der ganzen Zahlen doppelt so gross ist wie die der geraden Zahlen, gerät der schnell ins Schwitzen. Die Unendlichkeit muss präzise gemacht werden, und da treten bald Schwierigkeiten auf.

Dass es verschiedene Arten der Unendlichkeit gibt, zeigte der deutsche Mathematiker Georg Cantor gegen Ende des 19. Jahrhunderts. Manchmal war er über die eigenen Entdeckungen derart erstaunt, dass er selber nicht recht an sie glauben wollte. Es wundert denn auch nicht, dass Cantor sein Leben in einem Sanatorium für Geisteskranke beenden musste.

Mit solchen Fragen aus der sogenannten Mengenlehre beschäftigt sich der Mathematiker und Astrophysiker Rudolf Kippenhahn in seinem jüngsten Buch. Abzählbarkeit und Überabzählbarkeit, Konvergenz und Divergenz, Infinitesimalrechnung und Induktionsbeweise, höherdimensionale Räume und nichteuklidische Geometrie sind nur einige der behandelten Themen. Auch Fragen der modernen Physik, wie die Unendlichkeit des Weltalls, der Partikel-Welle-Dualismus, die Unschärferelation, kommen – manchmal auf Umwegen – zur Sprache.

Kippenhahn wählte einen ungewöhnlichen Stil, um den Lesern das Thema näherzubringen: Das Buch ist ein Dialog zwischen einem Professor und seinem etwa fünfzehnjährigen Enkel. Kippenhahn erliegt aber deswegen nicht der Gefahr der Banalisierung. Im Gegenteil, das Buch ist höchst kurzweilig und wird auch nie langatmig. Wie der Autor im Vorwort schreibt – und wie Plato schon vor 2400 Jahren festgestellt hat –, ist der Dialog eine geeignete Form, um Fragen, die sich dem Leser stellen, einem naiven Zuhörer in den Mund zu legen und von Sokrates – oder hier vom Autor – beantworten zu lassen. Die Anlehnung an die alten Griechen allein würde allerdings nicht genügen, um das Buch lesenswert zu machen. Kippenhahn gelingt es auch, komplizierte Sachverhalte der Mathematik in einfachen Worten verständlich zu machen. So mancher Leser wird meinen, er habe das alles ja schon immer gewusst. Nur einmal versagt die Erzählkunst des Professors. Kleinlaut muss er seinem Enkel gegenüber zugeben, dass keiner die mathematischen Hilfsmittel der Quantenmechanik verstehen kann, der sich nicht jahrelang mit ihnen beschäftigt hat.

Das Buch ist vor allem Jugendlichen sehr zu empfehlen. Und doch handelt es sich keineswegs um ein Kinderbuch, obwohl sich Kippenhahn auch in diesem Genre als Autor hervorgetan hat. Die Themen, die er behandelt, sind ernste Fragen, die spielerisch, aber mathematisch präzise beantwortet werden. Auch interessierte Erwachsene werden das Buch mit grossem Gewinn und Vergnügen lesen.

George Szpiro, Jerusalem

Wir danken dem Autor für die freundliche Genehmigung, seine Buchbesprechung aus der *NZZ am Sonntag* vom 29. Juli 2007 hier abdrucken zu dürfen.

G.L. Alexanderson, P. Ross (Hrsg.): The Harmony of the World. 75 Years of Mathematics Magazine. 304 Seiten, \$ 55.95. Mathematical Association of America, 2007; ISBN 978-0-88385-560-7.

Das Buch ist eine interessante Anthologie von 38 Arbeiten aus dem *Mathematics Magazine* in chronologischer Reihenfolge ihres Erscheinens.

Die Einführung enthält einen historischen Überblick über die wechselvolle Geschichte des *Mathematics Magazine* und seiner Vorgänger (*Mathematics News Letter* und *National Mathematics Magazine*) seit den Zwanzigerjahren des letzten Jahrhunderts.

Zu jedem einzelnen Artikel gibt es einen einführenden, gelegentlich anekdotischen Text über Autorin oder Autor sowie das Umfeld, in welchem der Artikel entstanden ist. Die Auswahl enthält einerseits Artikel von sehr bekannten und renommierten mathematischen Autoren, andererseits aber auch bemerkenswerte Arbeiten von Jugendlichen und Studierenden. Es sind alle Teilgebiete der Mathematik berücksichtigt. Ein deutlicher Schwerpunkt ist

aber die Mathematikgeschichte, zum einen implizit als Rückblick auf die vergangenen 75 Jahre des *Mathematics Magazine*; zum anderen haben etwa ein Viertel der Beiträge explizit mathematikhistorischen Charakter, wie etwa der Artikel im Jahrgang 1976 von B.L. van der Waerden über Hamiltons Entdeckung der Quaternionen.

Der Buchtitel ist ein doppeltes Zitat: Er nimmt Bezug auf den gleichnamigen Beitrag von Morris Kline im Jahrgang 1953/54 über die Entwicklung der Weltmodelle. In diesem Artikel kommt aber auch Keplers *Harmonia Mundi* (1618/19) zur Sprache. Naturgemäss sind die Beiträge von unterschiedlichem mathematischem Schwierigkeitsgrad; einzelne Arbeiten sind aber durchaus geeignet als Arbeitsgrundlage von Schwerpunktkursen in Mathematik an Gymnasien.

Das Buch ist sehr sorgfältig ediert, und ich habe mit Vergnügen darin gelesen.

Hans Walser, Basel

E. Specker: Wie ein Dieb in der Nacht. 35 Kurzpredigten. 96 Seiten, Hardcover, sFr. 25.–. Theologischer Verlag, Zürich, 2008; ISBN 978-3-290-17468-2.

Der Leser mag sich vielleicht darüber wundern, dass ein Buch theologischen Inhalts in einer mathematischen Zeitschrift rezensiert wird. So abwegig ist der Gedanke jedoch nicht: Mathematiker und Theologen haben methodisch manches gemeinsam, sie arbeiten lediglich in unterschiedlichen Axiomensystemen, und sie befassen sich mit Dingen, die nicht allen Menschen real erscheinen. Da verwundert es auch nicht weiter, dass sich immer wieder Mathematiker zu theologischen Themen geäussert haben. So verblüffte Leonhard Euler Katharina die Grosse und die Anhänger Voltaires unter den Philosophen am Hof mit dem Argument „ $e^{i\pi} = -1$, deshalb gibt es Gott“. Weil niemand seine Unkenntnis der Formel eingestehen wollte, regte sich kein Widerspruch. Kurt Gödel erbrachte aus fünf Axiomen einen ontologischen Gottesbeweis. Tatsächlich beschäftigte ihn dieses Thema während rund 30 Jahren seines Lebens. Bekannt ist auch Donald Knuths Buch „3:16 Bible Texts Illuminated“, in dem er aus lutheranischer Sicht den Vers 3:16 aus 59 Büchern der Bibel kommentiert.

Das hier vorliegende Buch *Wie ein Dieb in der Nacht* versammelt 35 Kurzpredigten des emeritierten ETH-Professors der Mathematik, Ernst Specker. Sie entstanden 1993 bis 1995 bei den ökumenischen Mittagsgebeten in der Predigerkirche Zürich. Er beeindruckt darin sogar Theologen durch seine tiefen Kenntnisse des Alten und des Neuen Testaments und durch überraschende Bezüge, die er herstellt, indem er zum Teil bis auf die hebräischen und griechischen Urtexte zurückgreift. So lässt er etwa in einem apokryphen Text den äthiopischen Wagenlenker Apezemak als Gewissen der Urgemeinden auftreten.

Ernst Specker vermag es, ein beliebiges wohlvertrautes Thema aus einem Blickwinkel darzustellen, der dem Leser oder seinem Gesprächspartner ganz neue Aspekte eröffnet. Anders gesagt: Es gelingt ihm, „wie ein(em) Dieb in der Nacht“ (1 Thess 5,2), uns die scheinbare Vertrautheit mit den Themen zu entreissen, unsere bisherigen Einsichten als oberflächlich zu entlarven und uns so zu neuen, tiefergehenden Gedanken zu führen. Drei neugierig machende Überschriften aus dem Buch seien an dieser Stelle exemplarisch erwähnt: Und du bist Mathematiker? – Wissen wir, was gut und böse ist? – Auch Dämonen glauben an Gott.

Norbert Hungerbühler, Fribourg