

Michel Plancherel, une vie pour les mathématiques et pour le prochain

Norbert Hungerbühler et Martine Schmutz

La vie de Michel Plancherel

Les racines. La personnalité de Michel fut beaucoup influencée par celle de son père. Donat Plancherel, le père de Michel, naquit en 1863 à Bussy, un village dans le district de la Broye du canton de Fribourg, non loin d'Estavayer. Il travailla comme instituteur à Villaz-Saint-Pierre puis à Bussy. Dès 1892, la famille Plancherel, composée de Justine et de 8 enfants (dont 2 moururent en bas âge) s'installa à Fribourg où Donat Plancherel occupa simultanément les postes d'administrateur de l'imprimerie St-Paul (gérance de ses ateliers et de ses diverses publications), de professeur au Collège St-Michel (1896-1912) et à l'Ecole secondaire de jeunes filles où il était chargé des cours de comptabilité et de calcul commercial.



FIG. 1. Donat Plancherel, père de Michel.

De par sa fonction à l'imprimerie St-Paul, il eut un contact direct avec *La Liberté* dont les rédacteurs appréciaient ses connaissances en comptabilité, son esprit d'ordre et de conciliation, son affabilité et sa droiture parfaite. Ces qualités, unies à un travail acharné, et le souci constant d'améliorer les instruments de travail dont il avait la garde, le rendirent indispensable au sein de l'équipe de l'imprimerie. Il fit encore bénéficier de sa science et de son expérience la chose publique, à laquelle il se dévoua durant les législatures qu'il passa au conseil général de la Ville de Fribourg. Les rapports

qu'il présentait, en tant que rapporteur financier, étaient décrits comme un modèle de concision et de clarté.

Donat Plancherel décéda à Fribourg le 27 mai 1912 à l'âge de seulement 49 ans.

Michel Plancherel naquit le 16 janvier 1885 à Bussy. Il est l'aîné des 8 frères et sœurs qui composaient la famille Plancherel. Son père était alors tout jeune maître d'école. Il n'avait que 7 ans lorsque la famille déménagea à Fribourg.

Michel fit donc ses études de 1896 à 1903 au Collège St-Michel, dans les classes de la section dite industrielle de ce temps-là, qui préparait en particulier les candidats à l'Ecole polytechnique fédérale à Zürich. Il finit ses études au collège avec un Baccalauréat ès sciences en 1903. Ayant le goût et des dispositions spéciales pour les mathématiques, il s'inscrivit à la Faculté des sciences à l'université de Fribourg de 1903 à 1907, où il eut comme professeurs les mathématiciens hollandais et tchèque Mathieu Frans Daniels et Mathias Lerch. Lerch avait la chaire de mathématiques pures et effectuait ses recherches principalement dans la théorie des nombres et en analyse. En effet, Lerch gagna le grand prix de l'Académie des Sciences à Paris en 1900 pour un travail sur la théorie des nombres. Aujourd'hui on connaît, par exemple, la fonction de Lerch et la formule de Lerch.



FIG. 2. Mathias Lerch, directeur de thèse de Michel

La carrière du mathématicien Plancherel. Michel Plancherel fit sous la direction de Lerch une thèse brillante sur un sujet dans la théorie des nombres et obtint en 1907 à l'âge de seulement 22 ans son doctorat ès sciences mathématiques, à la veille du départ de son maître, appelé à l'Université de Brno, en Moravie. Sa thèse [1] s'intitule : *Sur les congruences (mod $2m$) relatives au nombre des classes des formes quadratiques binaires aux*

coefficients entiers et à discriminant négatif, tout un programme ! Il avait rédigé cette thèse en partie pendant une période de service militaire.

Avec l'aide d'une bourse de l'Etat de Fribourg, il continua ses études à l'Université de Göttingen (1907–1909) et à Paris (1909–1910) au collège de France et à la Sorbonne. A Göttingen, il suivit en particulier les cours de Felix Klein, David Hilbert et Edmund Landau. Il fit là-bas la connaissance de Hermann Weyl aux côtés duquel il devait plus tard enseigner à l'Ecole polytechnique fédérale à Zürich pendant une dizaine d'années ; à la Sorbonne et au Collège de France enseignaient alors Emile Picard, Henri Lebesgue, Edouard Goursat, Jacques Hadamard et d'autres, soit les grands noms de la mathématique française de cette époque.

En 1910, Plancherel fut nommé privat docent de mathématiques à l'Université de Genève et dès 1911 professeur extraordinaire puis ordinaire (1913) à Fribourg, comblant ainsi la lacune laissée, à côté de la chaire de mathématiques appliquées du professeur Daniels, par le départ de Lerch en 1906.

Après la mort de son père en 1912, Michel, l'aîné de ses frères et sœurs, assista sa famille. En même temps, il était très reconnaissant pour la bourse de l'Etat de Fribourg qui lui avait permis d'étudier à l'étranger. Par conséquent, il refusa alors des appels de Berne et de Lausanne. En 1919 et 1920, Plancherel servit comme doyen de la faculté des sciences. Il resta à Fribourg jusqu'en 1920 quand il devint professeur de mathématiques à l'Ecole polytechnique fédérale de Zürich, succédant au professeur Adolphe Hurwitz, et il s'établit à Zürich, où il occupa la chaire de mathématiques supérieures pendant 35 ans, jusqu'à sa retraite en 1955. Entre 1928 et 1931, Plancherel fut doyen de la section de mathématiques et de physique.

La confiance de ses collègues le porta à la dignité de recteur de l'ETH qu'il revêtit de 1931 à 1935. C'est pendant son quadriennat qu'a été institué la Journée de l'ETH, qui est en somme la fête annuelle de cette école, ce qui montre qu'il avait aussi de la compréhension pour ce genre de requête. A l'Ecole polytechnique fédérale, il enseignait surtout à la Section des Mathématiques, mais donna aussi des cours aux Sections des ingénieurs mécaniciens et des ingénieurs électriciens. Ses exposés étaient clairs, bien que son débit rapide en français ne fut pas toujours facile à saisir. Aux examens, il était d'une sévérité militaire, mais toujours correct et juste. Il appliquait à ses élèves à peu près la discipline à laquelle il s'était soumis lui-même. Un petit éclairage sur le personnage de Michel Plancherel nous est rapporté : lorsqu'il faisait ses calculs, il sifflotait... un autre jouait du violon, tout faux !

Michel Plancherel était avant tout un savant. Ses travaux de haute valeur scientifique forment une suite ininterrompue. Ses recherches se distinguaient par leur maturité et leur précision, ses cours, par leur clarté



FIG. 3. Michel Plancherel à l'ETH Zürich.

pénétrante, leur animation entraînante et l'élégance de sa diction. Sous sa direction magistrale sont nées un grand nombre de thèses de valeur (voir la liste en annexe), qui ont éveillé, dans les milieux spécialisés, plus d'écho que ce n'est habituellement le cas pour des travaux de ce genre.

L'homme public. En dépit de sa réserve personnelle et bien qu'il fut dépourvu de tout orgueil et de toute envie de se mettre en avant, Michel Plancherel n'était pas seulement un homme de salle d'étude. Ses collègues surent reconnaître ses éminents talents d'organisateur et le choisirent comme quatrième président de la *Société Mathématique Suisse* pendant les années 1918 et 1919, juste après Marcel Grossmann (1916-17), Henri G. Fehr (1913-15) et Rudolf Fueter (1910-12). En 1929, Michel Plancherel avait créé avec d'autres personnalités qui partageaient son avis, la *Fondation pour l'avancement des sciences mathématique en Suisse*, qu'il a présidée pendant de longues années. Ensuite, il fut nommé vice-président du 9ème *Congrès international de mathématiques* de 1932 à Zürich. Plancherel était président de nombreuses autres institutions au service des hautes études, de la science et de l'économie. Pour l'encouragement à la relève universitaire et l'unification du niveau de la culture dans l'ensemble de la Suisse, il a fonctionné pendant environ 30 ans comme membre et comme président de la *Commission suisse de maturité*.

Au militaire, Michel Plancherel avait le grade de colonel. En 1939, il a été appelé à l'état-major de l'armée et a dirigé, pendant les années critiques 1942-1945 de la deuxième guerre mondiale, la division *Presse et Radio*. C'est précisément à ce poste des plus délicats qu'il devait faire preuve de la valeur de son caractère : calme réfléchi, impartialité, intégrité absolue et

sens de l'essentiel, tout cela uni au tact et à l'esprit de conciliation. Il était certes remarquable que cet office, très délicat à cette époque, soit confié à un professeur de mathématiques, après que divers prédécesseurs se furent révélés inaptes. On sait qu'il était très difficile, à cette dangereuse époque des hostilités, de concilier la sauvegarde de la neutralité et la liberté de la presse. La conduite de cette section exigeait de la sagesse, du courage civique, de la perspicacité, du tact et c'est pourquoi elle se trouve au mieux, entre les mains du colonel Plancherel. Un germaniste connu, qui travaillait dans cette section Plancherel, a confié plus tard, qu'au bout d'une semaine de collaboration avec lui, toute la section s'était sentie entièrement en sécurité.

Sous le manteau du colonel battait pourtant aussi un cœur chaleureux et secourable, comme l'a prouvé son dévouement à l'Œuvre de secours en faveur des étudiants réfugiés en Suisse. En 1956, après la fuite en Suisse d'environ 550 étudiants hongrois, la Conférence des recteurs avait créé une Commission de financement, dont le seul membre agissant fut le professeur Plancherel, qui parvint à réunir plus de 2 millions de francs. Pendant la crise économique mondiale postérieure à 1930, on a pu le voir fonctionner comme directeur plein d'initiative du *Service volontaire de travail dans l'agriculture*. Le *Secours suisse d'hiver* réclama ses services comme président à partir de 1948 et il fut un protecteur inlassable des étudiants hongrois réfugiés.

L'homme de famille. La vie de Michel Plancherel était entièrement tournée vers sa famille. Il eut comme principe de passer, même dans le plus grand stress professionnel, au moins une heure par jour avec sa femme et ses enfants.

Sa femme, Cécile Tercier, naquit le 15 janvier 1891, à l'Adrey, magnifique ferme fribourgeoise située à une demi-heure de Vuadens, en Gruyère. Après avoir suivi l'école primaire de son village natal, elle compléta son instruction à l'Institut Sainte-Croix à Bulle et aux pensionnats de Melchtal et de Zoug.

En 1913, elle fut brillante élève de l'Ecole d'infirmière de Fribourg qui venait d'ouvrir ses portes. Ses camarades appréciaient son caractère enjoué, sa finesse et sa belle intelligence.

Elle séjourna plusieurs mois à Rome en s'occupant de nourrissons retrouvés dans les ruines d'Avezzan, lors du tremblement de terre qui détruisit cette localité.

Elle épousa le 8 septembre 1915 Michel, alors professeur à la Faculté des Sciences à l'Université de Fribourg. Lorsqu'il fut appelé en 1920 à l'Ecole polytechnique fédérale de Zürich, elle quitta Fribourg avec sa famille en 1921. Cécile et Michel eurent 9 enfants, cinq garçons et 4 filles. Deux de ses



FIG. 4. Cécile Plancherel-Tercier.

filles, Marthe (sœur Marie Cornelia) et Marguerite ont été élèves de l'Ecole d'infirmière de Fribourg. Quatre enfants sont mariés et treize petits-enfants ont fait la joie de ses derniers jours.

Energique, active, pleine d'entrain, elle s'est dépensée sans compter pour sa famille et pour les œuvres de la Mission catholique française de Zürich. Une maladie de cœur l'obligea à suspendre ses activités et à garder le lit depuis novembre 1952. Le 24 novembre, elle s'éteignait doucement.

Sa force, Michel Plancherel la trouvait dans ses convictions chrétiennes. Il était lié d'amitié avec les catholiques zurichois de langue française. C'était lui, en effet, qui en 1922 se fit l'interprète des catholiques de langue française auprès de Monsieur l'Evêque de Coire pour obtenir des services français réguliers qui eurent lieu, dès lors, à l'église Saint-Antoine. Lors de la constitution définitive du Comité de la Mission catholique française le 16 septembre 1938, il fut appelé à la présidence. C'est ainsi que durant vingt-cinq années, Michel Plancherel exerça ses fonctions avec autorité et une grande compétence jusqu'en 1963. En dépit de toute cette activité, Michel Plancherel n'était pas un homme public, mais toujours uniquement un homme cherchant, par simple conscience de ses responsabilités, à accomplir modestement et fidèlement un devoir qu'il considérait comme allant de soi.

Michel Plancherel mourut le 4 mars 1967 à Zürich. La mort s'est présentée à lui de façon inattendue. En pleine possession de ses facultés physiques et d'une fraîcheur intellectuelle enviable, Michel Plancherel a été violemment heurté par un véhicule le soir du 1er mars, alors qu'il revenait de l'Ecole polytechnique fédérale où il avait siégé comme expert des examens fédéraux de maturité. Comme de coutume, il regagnait à pied son foyer de Zürichberg. Il traversait correctement un passage de sécurité de la Glad-

bachstrasse lorsqu'il fut renversé. Il a succombé à ses graves blessures le 4 mars 1967 sans avoir repris connaissance. Neuf enfants lui furent donnés et vingt-et-un petits-enfants on vu le jour.

L'œuvre de Michel Plancherel

Sur le plan de la science, Michel Plancherel s'est occupé surtout de problèmes d'analyse réelle et de la théorie des séries de Fourier. Plusieurs théorèmes de Plancherel ont acquis la célébrité et appartiennent aujourd'hui au bagage classique des mathématiques.

La production scientifique ne resta pas non plus sans écho à l'étranger et lui valut de nombreux appels, par exemple du Pérou, d'Egypte, du Japon et des Etats-Unis. Dans sa modestie bien connue, il n'en parlait pourtant jamais, ni n'en tira des avantages. Divers honneurs lui furent attribués, en Suisse et à l'étranger, et c'est ainsi par exemple qu'il était membre correspondant de l'Académie royale de Turin et membre d'honneur de diverses associations scientifiques. En 1954, la Société mathématique Suisse nomma Michel Plancherel *membre honoraire*.

Michel Plancherel s'est occupé principalement d'analyse, de physique mathématique et d'algèbre. Dans une série de travaux datant des années 1910, il s'est consacré à transmettre des résultats de l'analyse de Fourier classique à des espaces fonctionnels généraux (espaces de Hilbert) en étudiant la sommation, la représentation de fonctions par des séries de Fourier respectivement des intégrales de Fourier tout comme les transformations intégrales (transformations de Fourier et Laplace) de différents systèmes de fonctions orthogonales (polynômes de Legendre, séries de Fourier entre autre). Il obtint des résultats fondamentaux, parmi lesquels le théorème de Plancherel, le résultat plus connu comme théorème fondamental de l'analyse harmonique.

Ces résultats, parmi tant d'autres, il les appliqua à l'étude d'équations différentielles partielles hyperboliques (voir, par exemple, [37], [39], [42]), paraboliques (voir, par exemple, [37]) et elliptiques (voir, par exemple, [25], [55], [7]), de l'équation intégrale singulière (voir, par exemple, [3], [5], [15]), à la solution de problèmes de variation avec le procédé de Ritz (voir, par exemple, [25]) tout comme à la théorie ergodique. Il donna par exemple en 1913 une preuve pour l'impossibilité de systèmes ergodiques mécaniques (voir [19], [14]). En algèbre, il obtint surtout des résultats dans la théorie des formes quadratiques (voir, par exemple, [1], [2]) et leurs applications, dans la résolution de systèmes d'équation avec une infinité de variables (voir, par exemple, [4], [25]) et à la théorie des algèbres de Hilbert commutatives (théorème de Plancherel-Godemet, voir, par exemple, [8], [10]).

Le théorème de Plancherel. Dans ce chapitre nous suivons en partie la présentation donnée par Jean-Paul Pier dans son livre [87]. Quand Plancherel a commencé à s'intéresser à l'analyse harmonique, cette théorie avait déjà eu une longue histoire. Par exemple, la formule pour les coefficients d'une série de Fourier se trouve déjà dans l'œuvre d'Euler (voir [83]). Mais c'était Fourier qui épanouit ce domaine :

« Les questions de la théorie de la chaleur offrent autant d'exemples de ces dispositions simples et constantes qui naissent des lois générales de la nature ; et si l'ordre qui s'établit dans ces phénomènes pouvait être saisi par nos sens, ils nous causeraient une impression comparable à celles des résonances harmoniques. »

(Jean-Baptiste Joseph Fourier)

Les fonctions périodiques apparaissent très fréquemment dans la nature : pendule, signaux électriques, des ondes... Les fonctions trigonométriques sont les fonctions périodiques les plus simples. Le problème de la décomposition d'une fonction en série de Fourier est le suivant : quelles types de fonctions s'écrivent (se décomposent) comme somme des ces fonctions périodiques élémentaires ? Autrement dit, est-ce que la série de Fourier de f converge ? En quel sens ? Si oui, est-ce vers f ? Ces questions, abordées à la suite des travaux de Joseph Fourier sur l'équation de la chaleur en 1830, ont suscité beaucoup de travaux chez les plus grands mathématiciens (Dirichlet, Cantor, Lebesgue), et font encore l'objet de recherches actives.

L'idée a surgit naturellement de problèmes en astronomie ; en fait, on a découvert que les Babyloniens utilisaient une forme primitive de séries de Fourier pour la prédiction d'événements célestes.

Un des problèmes les plus intéressants qui occupa les scientifiques du XVIII^e siècle et qui se présente fréquemment en physique dans les problèmes en relation avec des processus oscillatoires, fut celui de la corde vibrante. On peut décrire la situation la plus élémentaire de la manière suivante : supposons qu'on tende une corde flexible et que ses extrémités sont fixées aux points $(0,0)$ et $(\pi,0)$ sur l'axe des abscisses. On tire alors la corde vers le haut jusqu'à ce qu'elle prenne la forme d'une courbe donnée par l'équation $y = f(x)$ et on la lâche. La question qui se pose est : quel est le mouvement décrit par la corde ? Si ses déplacements se trouvent toujours dans le même plan et si le vecteur du déplacement est perpendiculaire, à tout moment, à l'axe des abscisses, le mouvement sera alors donné par une fonction $u(x,t)$ représentant le déplacement vertical de la corde, où $0 \leq x \leq \pi$ est la position et $t \geq 0$ est le temps. Donc, pour chaque valeur fixée de t , $u(x,t)$, comme fonction de $x \in [0,\pi]$, est la forme qu'aura la corde à ce moment t . Le problème qui se pose est obtenir $u(x,t)$ à partir de $f(x)$. Le premier qui élaborait un modèle approprié pour ce problème fut d'Alembert (1747) qui montra que la fonction u doit, dans des unités

appropriées, satisfaire les conditions suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} && \text{pour } 0 < t, 0 < x < \pi, \\ u(x, 0) &= f(x) && \text{pour } 0 < x < \pi, \\ \frac{\partial u}{\partial t} &= 0 && \text{pour } 0 < x < \pi, \\ u(0, t) &= u(\pi, t) = 0 && \text{pour } 0 \leq t. \end{aligned}$$

La première condition est une équation aux dérivées partielles de 2ème ordre connue sous le nom d'équation d'onde. La deuxième condition représente la position initiale de la corde, tandis que la troisième nous dit que la vitesse initiale est nulle. La dernière exprime le fait que les extrémités de la corde sont fixes. D'Alembert démontra que la solution du problème est donnée par

$$u(t, x) = \frac{1}{2}(\tilde{f}(x+t) + \tilde{f}(x-t)),$$

où $\tilde{f}$ est le prolongement impaire de période 2π de la fonction f .

Le résultat de d'Alembert confirma que la position future de la corde est complètement déterminée par sa position initiale.

L'interprétation physique de la solution de d'Alembert est très intéressante : la fonction $\tilde{f}(x+t)$ représente une onde qui se déplace vers la gauche à vitesse 1 et de manière analogue, la fonction $\tilde{f}(x-t)$ représente une autre onde qui se déplace vers la droite à vitesse 1. La solution du problème est donc la superposition de deux ondes.

Euler (1748) proposa de représenter $\tilde{f}$ sous forme d'une série de sinus

$$\tilde{f}(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin(nx),$$

avec la conséquence que

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(nt) \sin(nx).$$

L'harmonique simple $\cos(nt) \sin(nx)$ est interprétée comme un mode fondamental de la corde et la fréquence $\frac{n}{2\pi}$ comme un de ses tons fondamentaux. La même idée était avancée par Daniel Bernoulli (1753) et Joseph Louis Lagrange (1759). La recette pour trouver les coefficients

$$a_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \sin(nx) dx,$$

plus tard associés au nom de Fourier, apparaît pour la première fois dans un article de Euler (voir [83]).

La contribution de Fourier commence en 1807 avec son étude sur le problème de la propagation de la chaleur

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

présenté à l'Académie des Sciences en 1811 et publié en partie sous le nom de *Théorie analytique de la chaleur* (1822). Il fit une sérieuse tentative pour prouver que toute fonction lisse par morceaux f peut être prolongée en une série trigonométrique. Une preuve satisfaisante a été trouvée après par Dirichlet (1829). Riemann (1867) fit également d'importantes contributions à ce problème.

La clef pour de nouvelles avancées fut donnée par la nouvelle intégrale de Lebesgue (1904). L'idée était de considérer la classe $L^2(a, b)$ des fonctions f Lebesgue mesurables avec

$$\|f\|_2 = \left(\int_a^b |f(x)|^2 dx \right)^{\frac{1}{2}} < \infty.$$

Au sujet de la série de Fourier se poseront, d'une part, la question de l'unicité du développement, d'autre part, celle de l'existence d'une limite pour les différents modes de convergence imaginables.

En effet, la convergence est étudiée très tôt dans l'espace de Hilbert L^2 . Parlant du procédé général de la résolution d'équations intégrales linéaires mis au point par Hilbert, Frigyes Riesz met l'accent sur l'importance du problème suivant (voir [90], [91]) :

Soit (ϕ_i) un système orthonormé réel de fonctions définies sur un intervalle $[a, b]$, c'est-à-dire,

$$\int_a^b \phi_i(x) \phi_j(x) dx = \delta_{ij}$$

où le symbole de Kronecker $\delta_{ij} = 0$ si $i \neq j$ et $\delta_{ij} = 1$ si $i = j$. A toute fonction ϕ_i on associe un nombre réel a_i . Sous quelles conditions existe-t-il une fonction f telle que $\int_a^b f(x) \phi_i(x) dx = a_i$ quel que soit i ? Riesz démontre que, pour qu'il existe $f \in L^2(a, b)$ de ce type, une condition nécessaire et suffisante est la convergence de $\sum_i a_i^2$.

Un peu antérieurement à Riesz et indépendamment de lui, Ernst Fischer [84] obtient un résultat équivalent, mais qu'il publie un peu plus tard. Il commence par établir les importantes formules généralisant la convergence des séries. Soit $f, g \in L^2(a, b)$ alors le produit $fg \in L^1(a, b)$, et

$$\left(\int_a^b f(x) g(x) dx \right)^2 \leq \left(\int_a^b f(x)^2 dx \right) \left(\int_a^b g(x)^2 dx \right)$$

et aussi

$$\left(\int_a^b (f(x) + g(x))^2 dx \right)^{\frac{1}{2}} \leq \left(\int_a^b f(x)^2 dx \right)^{\frac{1}{2}} + \left(\int_a^b g(x)^2 dx \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Fischer en déduit que si (f_n) constitue une suite de Cauchy pour la norme $\|\cdot\|$ dans $L^2(a, b)$, elle converge vers un élément de $L^2(a, b)$ relativement à cette norme. Soit maintenant la famille orthonormée (ϕ_n) dans $L^2(a, b)$. Si la série $\sum_n a_n^2$ converge, alors $\sum_n a_n \phi_n$ converge vers une fonction $f \in L^2(a, b)$, et $a_n = \int_a^b f(x) \phi_n(x) dx$ pour chaque n .

Ici se place le mémoire *Contribution à l'étude de la représentation d'une fonction arbitraire par des intégrales définies* [10] dans lequel Plancherel fait prendre conscience de certains aspects essentiels de l'analyse de Fourier. Il attribue aux travaux de Fredholm l'impulsion qui a donné naissance aux recherches sur le développement d'une fonction réelle d'une variable réelle en série de fonctions orthogonales dont « le type le plus important et le plus anciennement connu » est le développement en série de Fourier d'une fonction définie sur $[0, 2\pi]$. Il observe que la théorie de Fredholm fournit des conditions suffisantes, mais que les travaux de Weyl et de Haar montrent qu'elles sont « bien loin d'être nécessaires ».

Plancherel considère dans $L^2(a, b)$ une suite de fonctions (ϕ_p) orthonormée. Il y adjoint l'ensemble ℓ^2 de suites réelles (a_n) telle que $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ converge. La suite (ϕ_p) est dite *complète* s'il n'existe pas de fonction $\psi \in L^2(a, b)$ de norme 1 telle que $\int_a^b \psi(x) \phi_p(x) dx = 0$ pour tout p . L'inégalité de Schwarz lui permet d'associer à $f \in L^2(a, b)$ les coefficients de Fourier

$$c_p = \int_a^b f(x) \phi_p(x) dx.$$

De l'identité de Bessel

$$\int_a^b \left(f(x) - \sum_{p=1}^n c_p \phi_p(x) \right)^2 dx = \int_a^b f(x)^2 dx - \sum_{p=1}^n c_p^2$$

découle l'inégalité

$$\sum_{p=1}^n c_p^2 \leq \int_a^b f(x)^2 dx$$

donc, $(c_n) \in \ell^2$.

Ce cadre général fixé, Plancherel établit une nouvelle démonstration du résultat de Riesz et Fischer. Si $a = (a_n) \in \ell^2$ alors la suite $f_p = \sum_{n=1}^p a_n \phi_n$ converge dans $L^2(a, b)$.

D'après une propriété déjà établie par Weyl, il doit alors exister une fonction f dans $L^2(a, b)$ vers laquelle une sous-suite de (f_p) converge presque

partout ; f est unique à sa détermination sur un ensemble de mesure nulle près. De l'inégalité

$$\left(\int_a^b (f(x) - f_q(x)) \phi_p(x) dx \right)^2 \leq \int_a^b (f(x) - f_q(x))^2 dx \int_a^b \phi_p(x)^2 dx$$

découle

$$\int_a^b f(x) \phi_p(x) dx = \lim_{q \rightarrow \infty} \int_a^b f_q(x) \phi_p(x) dx = a_p.$$

De même,

$$\lim_{p \rightarrow \infty} \int_a^b (f(x) - f_p(x)) f(x) dx = 0,$$

donc

$$\int_a^b f(x)^2 dx = \lim_{p \rightarrow \infty} \int_a^b f(x) \sum_{n=1}^p a_n \phi_n(x) dx,$$

c'est-à-dire

$$\int_a^b f(x)^2 dx = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2.$$

De ces observations Plancherel déduit l'importante conclusion suivante : si, en particulier, la suite (ϕ_n) est complète, à toute suite (a_n) de nombres réels dont la série des carrés converge, est associée exactement une fonction $f \in L^2(a, b)$ dont le coefficient de Fourier $\int_a^b f(x) \phi_p(x) dx$ est a_p quel que soit p . Pour cette fonction on a

$$\int_a^b f(x)^2 dx = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\int_a^b f(x) \phi_p(x) dx \right)^2.$$

Le résultat, connu sous le nom de formule de Plancherel, donnera lieu à une gamme ininterrompue de travaux d'extension. Pour une fonction définie sur $[-\pi, \pi]$ et les coefficients de Fourier associés, l'identité a été établie par Parseval en 1799 d'une manière formelle, c'est-à-dire en l'absence de considérations de convergence.

Qualifiant le résultat du théorème de Riesz-Fischer, Plancherel note encore que si (a_p) , (b_p) sont les suites constituées par les coefficients de Fourier des fonctions $f, g \in L^2(a, b)$, il a la *formule de Riesz* (voir [90])

$$\int_a^b f(x) g(x) dx = \sum_{p=1}^{\infty} a_p b_p$$

Passons maintenant des séries de Fourier à la transformation de Fourier. Rappelons brièvement la théorie de la transformée de Fourier sur $L^1(\mathbb{R}^n)$.

On travaille avec différents espaces définis sur $\mathbb{R}^n$, à savoir les espaces $L^p(\mathbb{R}^n)$, $1 \leq p < \infty$, qui contiennent toutes les fonctions mesurables f tel que $\|f\|_p = (\int_a^b |f(x)|^p dx)^{\frac{1}{p}} < \infty$. Le nombre $\|f\|_p$ est appelée la norme de f dans $L^p(\mathbb{R}^n)$.

Soit $f \in L^1(\mathbb{R}^n)$. La *transformée de Fourier* de f est la fonction $\hat{f}$ définie par

$$\hat{f}(\xi) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}} \int_{\mathbb{R}^n} f(x) e^{-ix \cdot \xi} dx.$$

L'intégrale qui définit la transformée de Fourier n'est pas définie dans le sens de Lebesgue pour des fonctions générales dans $L^2(\mathbb{R}^n)$; malgré cela, la transformée de Fourier possède une définition naturelle sur cet espace et une théorie particulièrement élégante.

Si on suppose que f est de carré intégrable, alors $\hat{f}$ est aussi de carré intégrable. On a le résultat suivant :

Théorème. Si $f \in L^1(\mathbb{R}^n) \cap L^2(\mathbb{R}^n)$, alors $\|\hat{f}\|_2 = \|f\|_2$.

Ce théorème affirme que la transformée de Fourier est un opérateur linéaire borné défini sur le sous-ensemble dense $L^1(\mathbb{R}^n) \cap L^2(\mathbb{R}^n)$: en fait, c'est une isométrie. Il existe donc une unique extension bornée, F , de cet opérateur sur tout $L^2(\mathbb{R}^n)$. F est appelée la *transformée de Fourier* sur $L^2(\mathbb{R}^n)$. On utilise aussi la notation $\hat{f} = F(f)$ pour $f \in L^2(\mathbb{R}^n)$.

En général, si $f \in L^2(\mathbb{R}^n)$, cette définition de la transformée de Fourier nous donne $\hat{f}$ comme la limite L^2 de la suite $(\hat{h}_k)$, où (h_k) est une suite quelconque dans $L^1(\mathbb{R}^n) \cap L^2(\mathbb{R}^n)$ qui converge vers f en norme L^2 . Il est convenable de choisir la suite (h_k) avec $h_k(t) = f(t)$ pour $|t| \leq k$ et nulle partout ailleurs. Alors $\hat{f}$ est la limite L^2 de la suite de fonctions $\hat{h}_k$ définies par

$$\hat{h}_k(x) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}} \int_{|t| \leq k} f(t) e^{-ix \cdot t} dt.$$

Un opérateur linéaire, bijectif sur $L^2(\mathbb{R}^n)$ qui est une isométrie et agit sur $L^2(\mathbb{R}^n)$ est appelé un opérateur unitaire. C'est une conséquence immédiate du théorème précédent que F est une isométrie. Donc, nous avons la propriété suivante :

Théorème. La transformée de Fourier est un opérateur unitaire sur $L^2(\mathbb{R}^n)$.

En plus, on a le théorème :

Théorème. L'inverse de la transformée de Fourier, $F^{-1} : L^2(\mathbb{R}^n) \rightarrow L^2(\mathbb{R}^n)$, est obtenue en posant $(F^{-1}g)(x) = (Fg)(-x)$ pour $g \in L^2(\mathbb{R}^n)$.

Ces deux théorèmes forment le théorème de Plancherel. Un autre théorème dû à Plancherel et connu sous le nom de *formule de Plancherel* nous dit la chose suivante : soient $f, \hat{f}, g, \hat{g} \in L^1(\mathbb{R}^n)$. Alors on a :

$$\int_{\mathbb{R}^n} f(x) \hat{g}(x) dx = \int_{\mathbb{R}^n} \hat{f}(x) g(x) dx.$$

André Weil [94] se rend compte que les groupes abéliens localement compacts « forment le domaine naturel de l'analyse harmonique », théorie « qui s'est développée autour de l'intégrale classique de Fourier ». Pour les généralisations des théorèmes de Plancherel dans ce cadre nous recommandons [87]. Il existe aussi une version du théorème de Plancherel pour des groupes localement compacts qui ne sont pas commutatifs.

Liste des distinctions attribuées à Michel Plancherel

- Membre correspondant de la Société des sciences de Coimbra (1925)
- Membre honoraire de la Société de physique et d'histoire naturelle de Genève (1940)
- Membre étranger de l'Académie royale des sciences de Turin (1940)
- Membre honoraire de la Société fribourgeoise des sciences naturelles (1943)
- Membre honoraire de la Société mathématique Suisse (1954)

Liste des affiliations scientifiques

- Société mathématique Suisse
- Société fribourgeoise des sciences naturelles
- Académie suisse des sciences naturelles
- Deutsche Mathematikervereinigung
- Circolo Matematico di Palermo
- American Mathematical Society

Liste des fonctions administratives

- Membre du comité (1913–1919) et président (1918–1919) de la Société mathématique Suisse

- Membre (1920-) et vice-président (1927-) de la Commission Euler de la Société helvétique des sciences naturelles (aujourd'hui l'Académie suisse des sciences naturelles)
- Président de la Fondation pour l'avancement des sciences mathématique en Suisse (1929-)
- Membre du Comité de rédaction des *Commentarii mathematici helvetici* (1929-)
- Membre (1926-1956) et président (1954-1956) de la Commission fédérale de maturité (aujourd'hui Commission suisse de maturité)
- Président de la Centrale suisse du service volontaire de travail dans l'agriculture (1935-1946)
- Président du deuxième congrès international du service de travail, Seelisberg (Uri), septembre 1937
- Membre du comité (1913-1920) et président (1915-1920) de la Société fribourgeoise des sciences naturelles
- Vice-président du Comité d'organisation et du Comité exécutif du Congrès international de mathématiques à Zürich (1932)
- Délégué de l'ETH à la commission suisse de coopération intellectuelle (1927-1941)
- Expert scientifique de la Société des Nations (1935-1938)
- Président du groupe de Fribourg de la Nouvelle Société helvétique (1918-1920)
- Membre du Conseil général de la ville de Fribourg (1918-1921)
- Membre de la Zentralschulpflege, de la Kreisschulpflege Zürichberg et de la Commission de surveillance de la Gewerbeschule der Stadt Zürich (1939-1945)
- Président de la Mission catholique française de Zürich (1938-1963)
- Président d'honneur de la Mission catholique française de Zürich (1963-)
- Président central du secours suisse d'hiver (1948-1967)
- Président du comité exécutif de l'Action des universités suisses en faveur de leurs étudiants hongrois réfugiés (1956-1963)
- Directeur des Entreprises électriques fribourgeoises

Carrière militaire

- Lieutenant d'infanterie 10.11.1906
- Premier lieutenant 26.8.1911
- Capitaine 31.12.1915
- Major 31.12.1922
- Lieutenant-colonel 31.12.1928
- Colonel 31.12.1934

Commandements

- Cdt. Cp. fus. II/15 (1914-1922)
- Cdt. Bat. fus. 15 (1923-1928)
- Cdt. Rég. Inf. Mont. 7 (1930-1934)
- Etat major de l'armée (1939-1945)
- Chef de la division Presse et radio à l'E.M. de l'armée (1942-1945)

Liste des doctorants par ordre chronologique

Carl Arnold (1920)

Die Probleme von Cantor und von Du Bois-Reymond in der Theorie der Besselschen Reihen

Dissertation inaugurale, Faculté des sciences, Université de Fribourg, Nr. Fri. 1919/20, 169

Rapporteur : Michel Plancherel

Walter Saxer (1923)

Über die Picardschen Ausnahmewerte sukzessiver Derivierten

Diss. Math. ETH Zürich, Nr. 287

Rapporteur : George Pólya; Corapporteur : Michel Plancherel

Ernst Völlm (1925)

Über die wärmetheoretische Summation Fourier'scher und Laplace'scher Reihen

Diss. Math. ETH Zürich, Nr. 394

Rapporteur : Michel Plancherel; Corapporteur : Hermann Weyl

Emil Schwengeler (1925)

Geometrisches über die Verteilung der Nullstellen spezieller ganzer Funktionen (Exponentialsummen)

Diss. Math. ETH Zürich, Nr. 351

Rapporteur : George Pólya; Corapporteur : Michel Plancherel

Walter Rotach (1925)

Reihenentwicklungen einer willkürlichen Funktion nach Hermite'schen und Laguerre'schen Polynomen

Diss. Math. ETH Zürich, Nr. 406

Rapporteur : Michel Plancherel; Corapporteur : Hermann Weyl

Hans Zwingli (1930)

Elastische Schwingungen von Kugelschalen

Diss. Math. ETH Zürich, Nr. 602

Rapporteur : Ernst Meissner; Corapporteur : Michel Plancherel

Reinwald Jungen (1931)

Sur les séries de Taylor n'ayant que des singularités algébrique-logarithmiques sur leur cercle de convergence

Diss. Math. ETH Zürich, Nr. 657

Rapporteur : George Pólya; Corapporteur : Michel Plancherel

Wilhelm Mächler (1932)

Laplace'sche Integraltransformation und Integration partieller Differentialgleichungen vom hyperbolischen und parabolischen Typus : ein Beitrag zum Heaviside'schen Operatorenkalkül

Diss. Math. ETH Zürich, Nr. 635

Rapporteur : Michel Plancherel; Corapporteur : G. Pólya

Gottfried Grimm (1932)

Über die reellen Nullstellen Dirichlet'scher L-Reihen

Diss. Math. ETH Zürich, Nr. 618

Rapporteur : George Pólya; Corapporteur : Michel Plancherel

Victor Junod (1933)

Sur l'unicité du développement d'une fonction en série de fonctions de Bessel

Diss. Math. ETH Zürich, Nr. 571

Rapporteur : Michel Plancherel; Corapporteur : George Pólya

Egon Moecklin (1934)

Asymptotische Entwicklungen der Laguerreschen Polynome

Diss. Math. ETH Zürich, Nr. 785

Rapporteur : Michel Plancherel; Corapporteur : George Pólya

Arthur Hess (1935)

Über die Struktur von Scharen meromorpher Funktionen

Diss. Math. ETH Zürich, Nr. 852

Rapporteur : Walter Saxer; Corapporteur : Michel Plancherel

Lucien Bossard (1936)

Über den verallgemeinerten Schottkyschen Satz und seine Anwendungen

Diss. Math. ETH Zürich, Nr. 917

Rapporteur : Walter Saxer ; Corapporteur : Michel Plancherel

Franz Fenyves (1938)

Beitrag zur Realisierung von Zweipolen mit vorgegebener Charakteristik

Diss. Techn. Wiss. ETH Zürich, Nr. 1018

Rapporteur : Fritz Fischer ; Corapporteur : Michel Plancherel

Albert Edrei (1939)

Sur les déterminants récurrents et les singularités d'une fonction donnée par son développement de Taylor

Diss. Math. ETH Zürich, Nr. 1040

Rapporteur : Georges Pólya ; Corapporteur : Michel Plancherel

Salomon Schmidli (1942)

Über gewisse Interpolationsreihen

Diss. Math. ETH Zürich, Nr. 1170

Rapporteur : Walter Saxer ; Corapporteur : Michel Plancherel

Konrad Bleuler (1942)

Über den Rolle'schen Satz für den Operator $\Delta u + \lambda u$ und die damit zusammenhängenden Eigenschaften der Green'schen Funktion

Diss. Math. ETH Zürich, Nr. 1205

Rapporteur : Michel Plancherel ; Corapporteur : Walter Saxer

Henryk Maksymiljan Schärf (1943)

Über links- und rechtsseitige Stieltjesintegrale und deren Anwendungen

Diss. Math. ETH Zürich, Nr. 1310

Rapporteur : Walter Saxer ; Corapporteur : Michel Plancherel

Werner Leutert (1948)

Die erste und zweite Randwertaufgabe der linearen Elastizitätstheorie für die Kugelschale

Diss. Math. ETH Zürich, Nr. 1681

Rapporteur : Hans Ziegler ; Corapporteur : Michel Plancherel

Pierre Henri Bloch (1948)

Über den Zusammenhang zwischen den Konvergenzabszissen, der Holomorphie- und der Beschränktheitsabszisse bei der Laplace-Transformation

Diss. Math. ETH Zürich, Nr. 1655

Rapporteur : Walter Saxer ; Corapporteur : Michel Plancherel

Martin Altwegg (1948)

Ein Modell des Hilbertschen Raumes

Diss. Math. ETH Zürich, Nr. 1663

Rapporteur : Paul Bernays ; Corapporteur : Michel Plancherel

Hans Paul Künzi (1949)

Der Fatou'sche Satz für harmonische und subharmonische Funktionen in n -dimensionalen Kugeln

Diss. Math. ETH Zürich, Nr. 1792

Rapporteur : Albert Pfluger ; Corapporteur : Michel Plancherel

Kurt E. Meier (1950)

Über die Randwerte meromorpher Funktionen und hinreichende Bedingungen für Regularität von Funktionen einer komplexen Variablen

Diss. Math. ETH Zürich, Nr. 1866

Rapporteur : Walter Saxer ; Corapporteur : Michel Plancherel

Rudolf J. Hoesli (1950)

Spezielle Flächen mit Flachpunkten und ihre lokale Verbiegbarkeit

Diss. Math. ETH Zürich, Nr. 1853

Rapporteur : Heinz Hopf ; Corapporteur : Michel Plancherel

Heinz Helfenstein (1950)

Über eine spezielle Lamésche Differentialgleichung, mit Anwendung auf eine approximative Resonanzformel der Duffingschen Schwingungsgleichung

Diss. Math. ETH Zürich, Nr. 1985

Rapporteur : Michel Plancherel ; Corapporteur : Fritz Gassmann

Jakob Haller (1953)

Laplacesche Integraltransformation und Integration partieller Differentialgleichungen vom parabolischen Typus

Diss. Math. ETH Zürich, Nr. 2227

Rapporteur : Michel Plancherel ; Corapporteur : Albert Pfluger

Frank W. Sinden (1954)

An Oscillation theorem for algebraic eigenvalue problems and its applications

Diss. Math. ETH Zürich, Nr. 2322

Rapporteur : Eduard Stiefel ; Corapporteur : Michel Plancherel

Hans Blumer (1954)

Beziehungen zwischen speziellen linearen Integralgleichungen erster und zweiter Art und Lösung des Dirichletschen Problems durch das Potential einer einfachen Schicht

Diss. Math. ETH Zürich, Nr. 2240

Rapporteur : Michel Plancherel ; Corapporteur : Walter Saxer

Joseph Hersch (1955)

Longueurs extrémales et théorie des fonctions

Diss. Math. ETH Zürich, Nr. 2294

Rapporteur : Albert Pfluger ; Corapporteur : Michel Plancherel

Juan Jorge Schäffer (1956)

Contributions to the theory of electrical circuits with non-linear elements

Diss. Techn. Wiss. ETH Zürich, Nr. 2614

Rapporteur : Maximilian Julius Strutt ; Corapporteur : Michel Plancherel

Liste des publications scientifiques de Michel Plancherel

- [1] Sur les congruences (mod. 2^m) relatives au nombre des classes des formes quadratiques binaires aux coefficients entiers et à discriminant négatif. Thèse de doctorat, Université de Fribourg, Suisse, 1908.
- [2] Sur les congruences (mod. 2^m) relatives au nombre des classes des formes quadratiques binaires aux coefficients entiers. *Rivista fis. mat. sc. nat.* **17** (1908), 265–280, 505–515, 585–596; **18** (1908), 77–93, 179–196, 243–257.
- [3] Note sur les équations intégrales singulières. *Rivista fis. mat. sc. nat.* **10** (1909), 37–53.
- [4] Resolvente einer quadratischen Form und Auflösung linearer Gleichungen von unendlich vielen Variablen. *Math. Ann.* **67** (1909), 511–514.
- [5] Über singuläre Integralgleichungen. *Math. Ann.* **67** (1909), 515–518.
- [6] Integraldarstellungen willkürlicher Funktionen. *Math. Ann.* **67** (1909), 519–534.
- [7] Remarques sur l'intégration de l'équation $\Delta u = 0$. *Bull. Sci. Math. (Darboux Bull.)* (2) **34** (1909), 111–114.
- [8] Sur la représentation d'une fonction arbitraire par une intégrale définie. *C. R. Acad. Sci. Paris* **150** (1910), 318–321.
- [9] Sätze über Systeme beschränkter Orthogonalfunktionen. *Math. Ann.* **68** (1910), 270–278.
- [10] Contribution à l'étude de la représentation d'une fonction arbitraire par des intégrales définies. *Rend. Circ. Mat. Palermo* (1) **30** (1910), 289–335. Thèse d'habilitation, présentée à la Faculté des sciences de l'Université de Genève.
- [11] Sur l'application aux séries de Laplace du procédé de sommation de M. de la Vallée-Poussin. *C. R. Acad. Sci. Paris* **152** (1911), 1226–1228.
- [12] De la sommation des séries de Legendre. *Enseign. Math.* (1) **13** (1911), 412–413.
- [13] Sur la sommation des séries de Laplace et de Legendre. *Rend. Circ. Mat. Palermo* (1) **33** (1912), 41–66.
- [14] Sur l'incompatibilité de l'hypothèse ergodique et des équations d'Hamilton. *Arch. d. Sc. Phys. et Nat.* (4) **33** (1912), 254–255.

- [15] La théorie des équations intégrales. *Enseign. Math.* (1) **14** (1912), 89–107. Conférence donnée à la réunion de la Société mathématique suisse à Berne, le 10 décembre 1911.
- [16] Les problèmes de Cantor et de Dubois-Reymond dans la théorie des séries des polynômes de Legendre. *C. R. Acad. Sci. Paris* **155** (1912), 897–900.
- [17] Unicité du développement d'une fonction en série de polynômes de Legendre et expression analytique des coefficients de ce développement. *Enseign. Math.* (1) **15** (1913), 55–57.
- [18] Zur Konvergenztheorie der Integrale: $\lim_{z=\infty} \int_a^z f(x) \cos xy \, dx$. *Math. Ann.* **74** (1913), 573–678.
- [19] Beweis der Unmöglichkeit ergodischer mechanischer Systeme. *Ann. Physik* (4) **42** (1913), 1061–1063.
- [20] Sur la convergence des séries de fonctions orthogonales. *C. R. Acad. Sci. Paris* **157** (1913), 539–542.
- [21] Les problèmes de Cantor et de Dubois-Reymond dans la théorie des séries des polynômes de Legendre. *Ann. Sci. École Norm. Sup.* (3) **31** (1914), 223–262.
- [22] Sur la convergence et sur la sommation par les moyennes de Cesàro de $\lim_{z=\infty} \int_a^z f(x) \cos xy \, dx$. *Math. Ann.* **76** (1915), 315–326.
- [23] Sur la convergence d'une classe remarquable d'intégrales définies. *Enseign. Math.* (1) **17** (1915), 344–346.
- [24] Sur l'unicité du développement d'une fonction en série de polynômes de Legendre. *C. R. Acad. Sci. Paris* **167** (1918), 325–328.
- [25] Sur la méthode d'intégration de Ritz. *C. R. Acad. Sci. Paris* **169** (1919), 1152–1155.
- [26] Sur la méthode d'intégration de Rayleigh-Ritz. *Enseign. Math.* (1) **20** (1919), 443–444.
- [27] Sur l'unicité du développement d'une fonction en série de fonctions sphériques. *Bull. Sci. Math. (Darboux Bull.)* (2) **43** (1919), 181–196, 212–220, 221–223.
- [28] avec K. Ogura, Remarks on the note “On the Fourier constants”. *Tôhoku Math. J.* **17** (1920), 123–128.
- [29] Sur le calcul des seiches de nos lacs. *Bull. Soc. Frib. Sc. Nat.* **25** (1920), 100–102.
- [30] avec Edwin Strässle, Sur l'intégrale de Poisson pour la sphère. *Enseign. Math.* (1) **21** (1920), 225–226.
- [31] Sur l'unicité du développement d'une fonction en série de polynômes de Legendre et en série de fonctions de Bessel. *Ann. Sci. École Norm. Sup.* (3) **39** (1922), 273–316.
- [32] Le passage à la limite des équations aux différences aux équations différentielles dans les problèmes aux limites. *Bull. Sci. Math. (Darboux Bull.)* (2) **47** (1923), 153–160, 170–177.

- [33] Démonstration du théorème de Riesz-Fischer et du théorème de Weyl sur les suites convergentes en moyenne. *Bull. Sci. Math. (Darboux Bull.)* (2) **47** (1923), 195–204.
- [34] Sur la méthode d'intégration de Ritz. *Bull. Sci. Math. (Darboux Bull.)* (2) **47** (1923), 376–383, 397–412.
- [35] Sur les formules d'inversion de Fourier et de Hankel. *Proc. London Math. Soc.* (2) **24** (1925), 62–70.
- [36] Le développement de la théorie des séries trigonométriques dans le dernier quart de siècle. *Enseign. Math.* (1) **24** (1925), 19–58. Rapport présenté à la réunion de la Société mathématique suisse, tenue à Lugano, le 22 avril 1924.
- [37] Le rôle de l'intégrale de Fourier dans l'intégration de quelques problèmes mixtes relatifs à certaines équations aux dérivées partielles du type hyperbolique ou parabolique. *Enseign. Math.* (1) **25** (1927), 286–288.
- [38] Sur les séries de fonctions orthogonales. In *Proc. Internat. Math. Congr. held in Toronto, August 11–16, 1924*, Vol. 1, The University of Toronto Press, Toronto 1928, 619–621.
- [39] Sur le rôle de la transformation de Laplace dans l'intégration d'une classe de problèmes mixtes du type hyperbolique et sur les développements en séries d'un couple de fonctions arbitraires. *C. R. Acad. Sci. Paris* **186** (1928), 351–353.
- [40] avec Walter Rotach, Sur les valeurs asymptotiques des polynômes d'Hermite $H_n(x) = (-1)^n e^{\frac{x^2}{2}} \frac{d^n}{dx^n} (e^{-\frac{x^2}{2}})$. *Comment. Math. Helv.* **1** (1929), 227–254.
- [41] Formule de Parseval et transformations fonctionnelles orthogonales. *Comment. Math. Helv.* **1** (1929), 273–288.
- [42] Sur le développement d'un couple de fonctions arbitraires en séries de fonctions fondamentales d'un problème aux limites du type hyperbolique. In *Atti del Congresso Internazionale dei Matematici, Bologna, 3–10 settembre 1928*, Vol. 3, Bologna 1930, 249–253.
- [43] Sur les valeurs asymptotiques des polynômes d'Hermite. In *Atti del Congresso Internazionale dei Matematici, Bologna, 3–10 settembre 1928*, Vol. 3, Bologna 1930, 309–310.
- [44] avec George Pólya, Sur les valeurs moyennes des fonctions réelles définies pour toutes les valeurs de la variable. *Comment. Math. Helv.* **3** (1931), 114–121.
- [45] Sur les formules de réciprocité du type de Fourier. *J. London Math. Soc.* **8** (1933), 220–226.
- [46] Sur les systèmes isogonaux de courbes dont le rapport des courbures est constant. *Comment. Math. Helv.* **8** (1936), 354–358.
- [47] avec George Pólya, Fonctieres entières et intégrales de Fourier multiples. *Comment. Math. Helv.* **9** (1937), 224–248.

- [48] Note sur les transformations linéaires et les transformations de Fourier des fonctions de plusieurs variables. *Comment. Math. Helv.* **9** (1937), 249–262.
- [49] Quelques remarques à propos d’une note de G. H. Hardy : The resultant of two Fourier kernels. *Proc. Cambridge Philos. Soc.* **33** (1937), 413–418.
- [50] Sur le calcul du potentiel de l’ellipsoïde homogène par la méthode du facteur de discontinuité. *Enseign. Math.* (1) **36** (1937), 331–345.
- [51] avec George Pólya, Fonctions entières et intégrales de Fourier multiples. II. *Comment. Math. Helv.* **10** (1937), 110–163.
- [52] Quelques remarques sur la théorie des transformations linéaires bornées des fonctions de plusieurs variables dans les espaces fonctionnels L^α . *Comment. Math. Helv.* **12** (1940), 225–232.
- [53] Quelques remarques sur les transformations de Fourier des fonctions de plusieurs variables. *Vierteljahresschr. Naturforsch. Ges. Zürich* **85** (1940), 20–26. Beiblatt Nr. 32 (Festschrift Rudolf Fueter).
- [54] Méthodes d’obtention de formules asymptotiques. *Mitt. Naturforsch. Ges. Bern* **1940** (1940). Sitzungsber. Math. Vereinigung Bern, L–LII.
- [55] Sur la convergence en moyenne des suites de solutions d’une équation aux dérivées partielles du second ordre linéaire et de type elliptique. *Verhandl. Schweiz. Naturforsch. Ges.* **125** (1945), 99–100.
- [56] Intégrales de Fourier et fonctions entières. In *Analyse Harmonique* (Nancy 15.–22.6.1947), Colloques Internat. Centre Nat. Rech. Sci. 15, CNRS, Paris 1949, 31–43.
- [57] Mathématiques et mathématiciens en Suisse (1850–1950). *Enseign. Math.* (2) **6** (1960), 194–218 (1961). Conférence donnée à la fête du cinquantenaire de la Société mathématique suisse, le 26 juin 1960 à Zürich.
- [58] Le problème d’itération posé par certaines lois d’impôts. In *Studies in Mathematical Analysis and Related Topics, Essays in Honor of G. Pólya*, Stanford University Press, Stanford 1962, 281–284.

Liste de publications générales de Michel Plancherel

- [59] L’édition des œuvres complètes de Leonhard Euler. *Bull. Soc. Frib. Sci. Nat.* **20** (1912), 22–23.
- [60] Hypothèses cosmogoniques. *Bull. Soc. Frib. Sci. Nat.* **22** (1914), 20–26.
- [61] De quelques paradoxes mathématiques. *Bull. Soc. Frib. Sci. Nat.* **23** (1916), 55–59.
- [62] La propagation du son à grande distance et les zones de silence. *Bull. Soc. Frib. Sci. Nat.* **23** (1916), 110–111.

- [63] Rapport annuel 1915-16 de la Société Fribourgeoise des Sciences Naturelles. *Bull. Soc. Frib. Sci. Nat.* **23** (1916), pp. 47; Rapport annuel 1916-17 de la Société Fribourgeoise des Sciences Naturelles. *Bull. Soc. Frib. Sci. Nat.* **24** (1918), pp. 3; Rapport annuel 1917-18 de la Société Fribourgeoise des Sciences Naturelles. *Bull. Soc. Frib. Sci. Nat.* **24** (1918), pp. 113; Rapport annuel 1918-19 de la Société Fribourgeoise des Sciences Naturelles. *Bull. Soc. Frib. Sci. Nat.* **25** (1921), pp. 3.
- [64] Sur la propagation du son à grande distance et les zones de silence. Quelques compléments. *Bull. Soc. Frib. Sci. Nat.* **24** (1918), 74-75.
- [65] La théorie élémentaire du planimètre d'Amsler. *Bull. Soc. Frib. Sci. Nat.* **24** (1918), 130-143.
- [66] L'œuvre du physicien valaisan W. Ritz. *Bull. Soc. Frib. Sci. Nat.* **24** (1918), 144-145.
- [67] Le rôle de l'éther en optique : Les difficultés de la théorie. *Bull. Soc. Frib. Sci. Nat.* **25** (1921), 22-23.
- [68] Matière et éther : II. Le principe de relativité. *Bull. Soc. Frib. Sci. Nat.* **25** (1921), 28-31.
- [69] Simples questions de mécanique et de physique. *Bull. Soc. Frib. Sci. Nat.* **26** (1923), 56-58.
- [70] Coopération intellectuelle et société des nations. Extrait d'un rapport présenté à la réunion de l'Association nationale des Universités suisses, à Zürich, le 22 octobre 1927. *Schweizerische Hochschulzeitung* (Revue universitaire suisse) **1** (1928), 83-86.
- [71] Die mathematische Forschung im Zürich des 19. Jahrhunderts. *Neue Zürcher Zeitung*, Nr. 1632, 5.9.1932.
- [72] Allocution prononcée par le prof. M. Plancherel, recteur de l'Ecole polytechnique fédérale, Zurich. In *Verhandlungen des internationalen Mathematiker-Kongresses Zürich 1932*, Band I, Orell Füssli, Zürich 1932, 65-67.
- [73] Allocutions diverses prononcées en qualité de recteur de l'Ecole polytechnique fédérale, p. ex. lors du Dies academicus, de l'inauguration d'un bas-relief du prof. G. Narutowicz, et en d'autres occasions. Archives de la bibliothèque de l'ETH Zürich.
- [74] Les relations de l'enseignement secondaire et de l'enseignement technique supérieur. In *Jahrbuch des Vereins Schweizerischer Gymnasiallehrer*, Bd. 62, H. R. Sauerländer & Co., Aarau 1934, 5-14.
- [75] La préparation mathématique des candidats à l'Ecole polytechnique. In *Jahrbuch des Vereins Schweizerischer Gymnasiallehrer*, Bd. 65, H. R. Sauerländer & Co., Aarau 1936, 122-128.
- [76] La ruée vers les études supérieures et le chômage des jeunes intellectuels. In *Die Schweiz - La Suisse*, Ein Nationales Jahrbuch 1937, Selbstverlag der Neuen Helvetischen Gesellschaft, Basel 1937, 124-131.
- [77] Die Eidgenössische Technische Hochschule. In *Schweizer Buch*, hrsg. von Carl Ebner, Schweizer Druck und Verlagshaus, Zürich 1938, 164-167.

- [78] Expériences faites aux examens de maturité. Rapport présenté à la réunion des directeurs de gymnases. In *Protokoll der Konferenz Schweizerischer Gymnasial-Rektoren/Procès-verbal de la Conférence suisse des directeurs de gymnase*. 30ème conférence du 7-9 juin 1943 à Engelberg. Verlag H.R. Sauerländer & Co., Aarau.
- [79] L'école polytechnique fédérale a fêté en octobre son centenaire. In *La Cité*, Revue de la Cité universitaire de Paris, No. 4, Novembre 1955, 80-82.
- [80] L'école des sciences mathématiques et physique et l'enseignement de base en mathématiques et physique dans les autres sections. In *100 Jahre Eidgenössische Technische Hochschule*, Festschrift zur Hundertjahrfeier, Verlag Leemann, Zürich 1955, 293-313.
- [81] Zur mathematischen Bildung der A- und B-Maturanden. In *Schweizer Schule*, 46. Jahrgang 1959/60, Druck und Verlag Otto Walter AG, Olten, 718-719.

Bibliographie

- [82] S. Bays, Le Professeur Michel Plancherel. *Bull. Soc. Frib. Sci. Nat.* **57** (3) (1968), 233-234.
- [83] L. Euler, Disquisitio ulterior super seriebus secundum multipla cuiusdam anguli progredientibus (E704). *Nova Acta Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitinae* **11** (1798), 114-132; *Opera omnia*, Ser. I, vol. 16, 333-353.
- [84] E. Fischer, Sur la convergence en moyenne. *C. R. Acad. Sci. Paris* **144** (1907), 1022-1024.
- [85] S. Gottwald, H.-J. Ilgands et K.-H. Schlote, *Lexikon bedeutender Mathematiker*. 2., überarb. und erw. Aufl., Verlag Harri Deutsch, Frankfurt a.M. 2006.
- [86] B. Hauchecorne et D. Suratteau, *Des mathématiciens de A à Z*. Éditions Ellipses, Paris 2008.
- [87] J.-P. Pier, *L'analyse harmonique : son développement historique*. Masson, Paris 1990.
- [88] Différents documents fournis par Albert C. Plancherel, 2005.
- [89] M. Plancherel, Wissenschaftlicher Nachlass, Wissenschaftshistorische Sammlungen der ETH-Bibliothek, Zürich.
- [90] F. Riesz, Sur les systèmes orthogonaux de fonctions. *C. R. Acad. Sci. Paris* **144** (1907), 615-619.
- [91] F. Riesz, Über orthogonale Funktionensysteme. *Nachr. Akad. Wiss. Göttingen. Math.-Phys. Kl.* **1907** (1907), 116-122.
- [92] E. M. Stein et G. Weiss, *Introduction to Fourier analysis on Euclidean spaces*. Princeton University Press, Princeton 1971.
- [93] A. Cañada Villar, *Series de Fourier y aplicaciones*. Ediciones Pirámide, Madrid 2002.

- [94] A. Weil, *L'intégration dans les groupes topologiques et ses applications*. Actualités scientifiques et industrielles 869. Hermann, Paris 1940.

Remerciements. Les auteurs aimeraient remercier G. von Büren-von Moos, M. König, D. Nadler, H. Völkle et la famille Plancherel pour leur soutien.