

Basale fachliche Kompetenzen in Mathematik – ein Vorschlag zur Umsetzung



Dr. Torsten Linnemann ist Dozent für Mathematikdidaktik an der Pädagogischen Hochschule Fachhochschule Nordwestschweiz. Er bildet angehende Lehrpersonen der Sekundarstufen I und II aus. Ausserdem unterrichtet er mit einem Drittelpensum am Gymnasium Oberwil, Basel-Landschaft.

Im Projekt «basale fachliche Kompetenzen zur Studierfähigkeit» (Eberle et al. 2015) wurden empirisch mathematische Lehrplanthemen bestimmt, die «für die erfolgreiche Aufnahme vieler Studiengänge notwendig» sind. Dabei geht es nicht um das Einüben von Kalkülen, wichtig ist der «adaptive bzw. geistig flexible Umgang». Die im Projekt beschriebenen drei Aspekte des adaptiven Umgangs können als Kriterien zur Aufgabenkonstruktion genutzt werden.

In diesem Beitrag wird beispielhaft dargestellt, wie zu Beginn der 11. Klasse (das wäre die 13. Klasse nach HarmoS-Zählung) Aufgaben konstruiert werden können, um die basalen fachlichen Kompetenzen zu überprüfen und zu sichern. Lücken in den Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler können identifiziert werden.

Kriterien für die Aufgabenkonstruktion

Nach den empirischen Resultaten im Projekt basale fachliche Kompetenzen zur Studierfähigkeit (Eberle et al. 2015) ist es klar, dass die Kompetenzen nicht durch das Üben von Kalkülen erreicht werden können. Es werden drei Kriterien entwickelt, die den flexiblen Umgang mit den basalen Themen charakterisieren (vgl. EDK 2016) und die für die Konstruktion von Aufgaben zu basalen fachlichen Kompetenzen genutzt werden können:

- Handwerkszeug flexibel einsetzen
- Graphiken, 3D-Darstellungen, Formeln und Statistiken adaptiv verwenden
- Beziehungen zwischen Begriffen herstellen

Das erste Kriterium *Handwerkszeug flexibel einsetzen*, heisst, dass «kalkülorientierte Techniken (...) nicht nur automatisiert vorliegen, sondern auch flexibel eingesetzt werden können. Es genügt also nicht, Handwerkszeug in grosser Vielfalt zu kennen und sicher zu beherrschen. Vielmehr sollte man beim Lösen einer Aufgabe auch über Handlungsalternativen verfügen, um die Besonderheit der Aufgabe ausnutzen (...).» (EDK, 2016)

Das zweite Kriterium, *Graphiken, 3D-Darstellungen, Formeln und Statistiken adaptiv*

verwenden, bedeutet, beim Vorliegen einer Darstellung «muss ihr mathematischer Informationsgehalt erfasst werden, um daraus Schlüsse zu ziehen. (...) immer findet eine Loslösung von der einen Darstellung und die Wahl einer anderen Darstellung statt, ein Darstellungswechsel also (...).» (EDK, 2016)

Das dritte Kriterium nimmt auf, dass es eine Vielzahl von Verknüpfungen innerhalb der mathematischen Inhalte und mit der Realität gibt. Die Kompetenz zielt darauf ab, «zu einem mathematischen Konzept eine Vielfalt von Beziehungen zu kennen, so etwa unterschiedliche Begriffsfassungen (quadratische Funktion als Parabel, als Gleichung zweiten Grades usw (...). Kurz: *Beziehungen herstellen* bedeutet, einen mathematischen Begriff aus den basalen Themen auffächern und kontextuell verstehen zu können.» (EDK, 2016)

Die basalen mathematischen Kompetenzen betreffen damit weniger mathematische Handlungsaspekte wie Argumentieren, Problemlösen oder Modellieren. Zentral ist das flexible Operieren.

Umsetzung – Kopfübungen

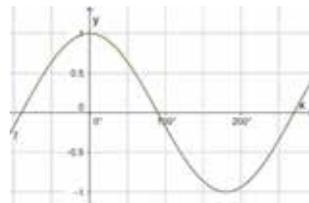
Geeignet zur Umsetzung des Vorhabens sind sogenannte *Kopfübungen*. Eine Kopfübungsserie aus dem Projekt Mabikom (Hirscher et al. 2014) besteht aus 10 Aufgaben zu verschiedenen Themen des Mathematikunterrichts. Die Aufgaben gehören nicht zum aktuell behandelten Thema. Die Reihenfolge der 10 Themen ist in jeder Serie die gleiche. Die Kopfübungen werden ein bis zwei Mal pro Woche eingesetzt. Nach sechs Übungen kann es eine Lernkontrolle geben.

Durch die Wiederholung des gleichen Themengebiets gewinnen die Schülerinnen und Schüler an Sicherheit, sie können selbstständig ihr Wissen aktivieren. Wer während der Kopfübungen feststellt, dass immer die gleichen Aufgaben Schwierigkeiten machen, kann bei der Lehrperson um Nachlernmaterial bitten. Die Lehrperson kann dann speziell dafür entworfenes Material verwenden, oder auf Material aus früheren Jahren zugreifen. Möglich ist bei größeren Problemen auch eine Wiederholung im Klassenverband.

Kopfübungen

4 Gegeben ist die quadratische Gleichung $x^2 + p \cdot x - 12 = 0$.
Bestimmen Sie denjenigen Wert für p , für den die Gleichung die Lösungen $x_1 = -3$ und $x_2 = 4$ hat.

5 Gegeben ist der Graph der Cosinusfunktion. Lösen Sie damit näherungsweise die Gleichung $\cos(x) = -0.5$ im Bereich von -30 bis 270 Grad.



Lösungen der Gleichung sind:
 $x =$
und
 $x =$

7 Tim hat x Wochen lang wöchentlich SFr. 9, y Wochen lang wöchentlich SFr. 10 und z Wochen lang wöchentlich SFr. 11 Taschengeld erhalten. Geben Sie in Worten an, was in diesem Zusammenhang durch den folgenden Term dargestellt wird.
$$\frac{9x + 10y + 11z}{x + y + z}$$

Die Konstruktionskriterien zu den Aufgaben

Aufgabe 4: Hier geht es um den flexiblen Einsatz von Handwerkszeug. Zwar kann in der Lösungsformel ein p eingesetzt und aufgelöst werden. Einfacher ist es, wenn bekannt ist, dass für die beiden Lösungen gilt $x_1 + x_2 = -p$. Das setzt aber Wissen voraus, das vielleicht gerade nicht zur Verfügung steht. Die einfachste Lösung ist der Ansatz $(x - x_1)(x - x_2)$ für den quadratischen Term.

Aufgabe 5: Es ist ein Darstellungswechsel zwischen Text, Gleichung und Graphik erforderlich. Ein Lösungsweg ist, im Schaubild die Schnittpunkte der horizontalen Geraden $y = -0.5$ mit dem Graphen der Funktion zu sehen. Das gibt die Lösungen 120° und 240° . Näherungen werden auch akzeptiert.

Aufgabe 7: Die Lösung dieser Aufgabe betrifft das Herstellen von Zusammenhängen. Es muss erkannt werden, dass hier die Ermittlung des durchschnittlichen wöchentlichen Taschengelds genau dem Term entspricht.

Präsentiert werden hier 3 Aufgaben aus einer Kopfübungsserie, bestehend aus 10 Aufgaben. Mehr Aufgaben und weitere Hintergrundinformationen finden sich in «Aufgaben zu fachlichen Kompetenzen konstruieren» (Linnemann, 2017).

Fazit

Die Aufgaben sind bewusst elementar gehalten, es geht um basale fachliche Kompetenzen, die alle Schülerinnen und Schüler entwickeln können. Durch die Kopfübungen und das Nachlernmaterial kann erreicht werden, dass sich in diesen basalen Bereichen Lücken schliessen. So können sie dem weiteren Unterricht folgen, und bekommen hoffentlich weniger Probleme an der Universität.

Die Parallelität der Entwicklung der Basis-kompetenzen in Deutschland (Bruder et. al. 2015) und der basalen fachlichen Kompetenzen in der Schweiz deutet an, wie wichtig

das Thema ist. Es gibt Bereiche des «Sicheren Wissens und Könnens», die für alle Schülerinnen und Schüler verfügbar sein müssen. Mit geeigneten Übungsformaten, zum Beispiel Kopfübungen, ist dieser Bereich gut abzudecken. Die Konstruktion der Aufgaben ist eine Gratwanderung: Die Aufgaben sollen basal und für alle lösbar sein, jedoch Gütekriterien genügen, die sie vom reinen Trainieren von Fertigkeiten unterscheiden.

Literatur

Bruder, R., Feldt-Caesar, N., Pallack, A., Pinkernell, G. & Wynands, A. (2015). Mathematisches Grundwissen und Grundkönnen in der Sekundarstufe II. In W. Blum et al. (Hrsg.), Bildungsstandards aktuell: Mathematik in der Sekundarstufe II. (S. 108–124). Schrödel, Braunschweig.

Eberle, F., Brüggelbrock, C., Rüede, C., Weber, C., Albrecht, U. (2015). Basale fachliche Kompetenzen für allgemeine Studierfähigkeit in Mathematik und Erstsprache. Schlussbericht zuhanden der EDK. http://www.ife.uzh.ch/research/lehrstuhleberle/forschung/bkfas/downloads/Schlussbericht_final_V7.pdf

Schweizerische Konferenz der kantonalen Erziehungsdirektoren, EDK (2016). Anhang zum Rahmenlehrplan für die Maturitätsschulen vom 9. Juni 1994. Basale fachliche Kompetenzen für allgemeine Studierfähigkeit in Erstsprache und Mathematik http://edudoc.ch/record/121436/files/gym_maturitaet_basale_komp_anhang_rlp_d.pdf

Hischer, H. und Lambert, A. (2014): Der Schulversuch MABIKOM. Der Mathematikunterricht 3/2014. Friedrich, Seelze. (Methodensteckbrief Kopfübungen: https://wwdid.mathematik.tu-darmstadt.de/makos/downloads/Steckbrief_Kopfuübung_Mabikom.pdf)

Linnemann, T. (2017). Aufgaben zu basalen fachlichen Kompetenzen konstruieren. Erscheint in Siller, H.-St., Drüke-Noe, C. (Hrsg.). Praxis der Mathematik in der Schule, Themenheft Aufgaben, Heft 74, Jg. 59.