

Folgen und Reihen

Diskrete Wachstumsmodelle
(z.B. Zellteilung, Zinseszins, Kochkurve)

Explizite und rekursive Definition Form

Intuitiver Grenzwertbegriff

Diskrete und vs. kontinuierliche Modelle

Funktionsbegriff, Unterschied zwischen
Term, Gleichung und Funktionsvorschrift

Graph einer Funktion

Monotonie, Symmetrie, Periodizitaet,
Beschraenktheit, Nullstellen

Anschauliches Verstaendnis von
asymptotischen Asymptotisches Verhalten,
Grenzwertbegriff, Stetigkeit, Invertierbarkeit
im anschaulichen Sinne

Logische Analyse von Funktionstermen

Folgen, endliche und unendliche Summen
Teilsummenfolgen, (Reihen)

Umgang mit Summenzeichen

Arithmetische Folgen, und geometrische
Folgen und Reihen

Elementare Grenzwerte berechnen

Funktionen

Auswerten von Funktionen

Funktionen als Black-Box

Grundfunktionen und ihre Graphen(lineare
und quadratische Funktionen,
Potenzfunktionen, Polynomfunktionen,
Exponential- und Logarithmusfunktionen,
trigonometrische Funktionen)

Operationen mit Funktionen: Summe,
Produkt, Quotient, Verkettung

Transformationen (Streckung, Verschiebung,

Vollständige Induktion

Anwendungen in Finanzmathematik (Zinsen
und Renten)

Von Daten zur Funktion (Interpolation und
Approximation)

Interpolation

Bijektivitaet, Injektivitaet, Surjektivitaet

Umkehrfunktionen (z.B. Wurzel-,
Arcusfunktionen)

(z.B. Verkettete Funktionen erkennen koennen)

Spiegelung)

Mass fuer die Veraenderung: Mittlere und momentane zeitliche Aenderungsrates mittels Anwendungen.

Grundlagen der Differenzialrechnung

Differenzenquotient

Lineare Approximation, Newtonverfahren

Differenzialquotient / Ableitung

Anwendungen in den Natur- und Sozialwissenschaften sowie der Oekonomie (Kinematik, Wachstum und Zerfall)

Linearisierung, Tangente, Steigung (z.B. Monotonie)

Ableitungsfunktion

Monotoniekriterien

Extremal- und Wendepunkte

Grundeigenschaften der Ableitung (Linearitaet)

Ableitungskalkuel (Produkt-, Quotienten-, Kettenregel)

Optimierungsanwendungen

Ableitung der Grundfunktionen

Lineare Approximation

Extremalprobleme

Riemann-Summe mittles Anwendungen

Grundlagen der Integralrechnung

Teilsummenfolgen

Anwendungen aus Geometrie (z.B. Flaechen und Rotationskoerper) und Physik

Bestimmtes Integral

Aspekte der numerischen Integration

Grundeigenschaften des bestimmten Integrals (Linearitaet, Additivitaet)

Hauptsatz der Integral- und Differenzialrechnung

Intuitive Begründung

Stammfunktion, unbestimmtes Integral

Stammfunktionen der Grundfunktionen

Beispiele aus Geometrie und Physik
Anwendungen aus der Physik (z.B. Weg und
Geschwindigkeit, Arbeit, Energie, Impuls)

Integrationskalkül

Optimierung

Differential- und Integralrechnung

Ableitungskalkül
(Produkt-, Quotienten-, Kettenregel)

Anwendungen in der Physik (z.B. Weg und
Geschwindigkeit, Arbeit, Energie),
Ökonomie (z.B. totale Funktionen) und
Geometrie (z.B. Rotationskörper)

Extremal- und Wendepunkte

Integrationskalkül
(Stammfunktionen der Grundfunktionen)

Extremalprobleme

Grundkonzepte des Modellierens mit
Differentialgleichungen

Differenzialgleichungen und Modellierung

Diskretisierung mittels Eulermethode

Richtungsfelder und graphische Lösungen

Momentane Änderungsrate einer Funktion

Richtungsfelder und graphische Lösung

Anwendungen (z.B. Populationsmodelle in
der Biologie, Physik (freier Fall))

Begriff der Lösung einer
Differentialgleichung

Zeitbedarf

40 – 50 Wochen a 4 Lektionen

Weitere explorative Vertiefungsthemen

- Grenzwertsätze, Regel von Bernoulli-de l'Hopital
Newtonverfahren
- Numerisches Ableiten, Differentiation und Integration
Numerische Integrationsmethoden
- Vertiefung der Approximation (z.B. Taylorreihen), Regression (Methode der kleinsten Quadrate)
- Vertiefung der Integration: Integrationsmethoden, Integrationsmethoden
Uneigentliche Integrale (z.B. Wahrscheinlichkeitsdichten, Integralkriterien fuer Reihen, Potential- und Gravitationsfelder)
- Regression (Methode der kleinsten Quadrate)
- Elementare analytische Loesungsmethoden fuer Differentialgleichungen (Exponentialansatz, Separation)

Querverbindungen zu anderen Gebieten

Stochastik

- Daten und Funktionen (Interpolation, Regression)
- Wahrscheinlichkeitsdichten, Erwartungswert, Median
Erwartungswert
Median

Algebra

- Numerische Gleichungsloeser: ~~(~~Bisektion, Heron, Vertiefung Newton-Raphson)
- Rekursion und Iteration

Geometrie

- Fraktale und Attraktoren bei Iterationen (z.B. Newton-Raphson-Methode)
- Geometrische Wahrscheinlichkeitsdichten (z.B. Problem von Buffon)
Rotationskoerper

Anwendungen und Querverbindungen zu anderen Fachdisziplinen

Physik

- Vertiefung Mechanik: Weg-, Geschwindigkeits-, Beschleunigungsfunktion, Energie und Arbeit, Felder (Potential, Gravitation)
Bewegung von Partikeln (einfache Differentialgleichungen, Trägheitsgesetz von Galilei, freier Fall), Schwingungsvorgaenge
Energie und Arbeit;
Felder (Potenzial, Gravitation)
- Exponentieller Zerfall (Radioaktivität)
- Newtons Abkühlungsgesetz _____

~~Schwingungsvorgänge:~~

Biologie

- Diskrete und kontinuierliche Wachstumsmodelle (linear, exponentiell (~~{~~zB Zellteilung~~}~~), logistisch, Fibonacci-Zahlen).
- Einfache Differentialgleichungssysteme uer Populationsinteraktionen (zB Lotka-Volterra), Konkurrenz und Symbiose;
Modelle für Wettbewerb:

Philosophie

- Begriff des Unendlichen

Finanz- und Wirtschaftswesen

- Zinsen und Renten, Konsumentenrente, Produzentenrente
- Marginale und totale Funktionen
~~totale Funktionen~~
Konsumentenrente, Produzentenrente
- Modelle für Wettbewerb.

Medizin

- Bateman-Funktionen und geometrische Reihen zur Modellierung von kontinuierlicher resp. diskreter Medikamentenaufnahme
- Pumpvermögen der Herzens und Hagen-Poiseuille'sche Gesetz des laminaren Flusses in Blutgefäßen

~~Hagen-Poiseuille'sche Gesetz des laminaren Flusses in Blutgefäßen~~

- Epidemiemodelle mit Differentialgleichungen (z.B. S-I-R-Modell).

Sport

- Evolute und Evolvente (z.B. Startlinie des 1500-Meter-Laufs)
- Modellieren und Optimieren des Freiwurfs beim Basketball