Fachkommission M – Commission M

MATHEMATIK

Programm mit Kommentar

MATHÉMATIQUE

Programme commenté

VSMP – SSPMP 1972

Fachkommission M – Commission M

MATHEMATIK
Programm mit Kommentar

MATHÉMATIQUE
Programme commenté

Herausgegeben vom VSMP mit Unterstützung der Schweizerischen Zentralstelle für die Weiterbildung der Mittelschullehrer.

Edité par la SSPMP avec l'appui du Centre Suisse pour le perfectionnement professionnel des professeurs de l'enseignement secondaire.

1972

Introduction

En automne 1969 furent créées, à l'instigation de la SSPES et en collaboration avec la Commission fédérale de maturité (CFM), des commissions tripartites chargées de l'élaboration de projets de programmes de maturité dans chaque discipline ; ces commissions comprenaient des représentants des Hautes Ecoles, des directeurs de Gymnase et des professeurs de l'enseignement secondaire. Pour les mathématiques, un premier projet de programme fut mis au point par la Commission M pendant l'hiver 69-70. Soumis à la CFM et remanié en fonction des remarques de cette dernière commission, il fut présenté, en automne 1970, à l'Assemblée générale de la SSPMP à Baden, conjointement au projet de programme de physique. Une nouvelle version conforme aux vœux de nos collègues (souhaitant, entre autres, le maintien des chapitres à choix) fut alors transmise comme projet définitif à la CFM. Mais l'assemblée de la SSMP avait aussi souhaité que l'on rédigeât des commentaires à ce projet et que soient examinés les moyens de le réaliser. Cette tâche a été menée à bien par la commission M pendant l'hiver 71-72, avec l'appui du CEPES (Lucerne). C'est ce travail que nous publions ici.

Il ne faut pas se méprendre sur le contenu de ce document. Il ne s'agit pas d'un plan d'étude pour un gymnase, mais d'un catalogue de matières à traiter dans le courant d'une scolarité secondaire se terminant par un examen du niveau du baccalauréat (dans le cadre de l'ORM actuelle) ; les commentaires sont rédigés en fonction de l'examen. On a aussi évité de prendre des options pédagogiques marquées et de préciser ce qui appartenait à une scolarité secondaire inférieure (progymnase) ou au gymnase proprement dit. Il ne faut pas y chercher non plus de position dogmatique, le souci de la commission M ayant été de laisser le plus d'ouverture possible tant pour les élèves que pour les enseignants, ceci en particulier grâce aux chapitres à choix qui doivent permettre l'accès à des types d'enseignement moins traditionnels. Précisons encore que les auteurs ne considérent nullement ce travail comme définitif, mais plutôt comme caractéristique d'une position moyenne de l'enseignement des mathématiques en Suisse ; ils espèrent rendre service à leurs collègues en leur fournissant un document de base propre à alimenter leurs réflexions tout en leur permettant de se situer par rapport au référentiel qu'il constitue. Enfin, je dois souligner que la mise au point de ce document n'a été possible que grâce à une volonté peu commune de collaboration entre les membres de la commission M, quelle qu'ait été leur position hiérarchique, et je tiens à leur exprimer ici les remerciements de la SSPMP.

P. Favre
président SSPMP 1969-1972

Fachkommission M – Commission M

Hautes Ecoles:

Prof. Dr R. Bader, Université de Neuchâtel, Les Grandes-Ruelles 8, 2012 Auvernier.

Prof. Dr E. Specker, ETHZ, Steinbrüchelstr. 18, 8053 Zürich.

Directeurs de Gymnase:

Dr R. Friedli, Realgymnasium Bern-Kirchenfeld, Steinerstr. 24, 3006 Bern

H. Stehlé, Collège Calvin, 3, ch. de l'Escalade, 1206 Genève.

Professeurs de l'Enseignement secondaire:

F. Brunelli, Lycée-collège, 32, rue du Sex, 1950 Sion.

Dr H. Egli, Literargymnasium, Seminarstr. 99, 8057 Zürich.

P. Favre, Gymnase cantonal, Pierre-à-Sisier 13, 2014 Bôle.

A. Olza, doyen, Collège Voltaire, Lully, 1232 Confignon. (a)

G. Reusser, dir. ISM, Eisengasse 15, 3065 Bolligen.

(a) A remplacé Monsieur Brunelli pour le travail de rédaction des commentaires.

MATHEMATIK

Bildungsziel

Die Beschäftigung mit der Mathematik erschliesst die unmittelbare Erfahrung wissenschaftlichen Denkens und Arbeitens in einigen ihrer wichtigsten Merkmale: die Einsicht in allgemeine Strukturen und funktionelle Zusammenhänge, die Fähigkeit, Probleme mit Phantasie und Beharrlichkeit anzugehen, die kritische Einstellung zu Lösungen von Problemen und zum Gültigkeitsbereich von Aussagen.

Der Kandidat soll imstande sein, Aufgaben aus den behandelten Gebieten selbständig zu lösen, einfache Beweise von geläufigen Sätzen zu führen, die mathematischen Kenntnisse in anderen Wissensgebieten und im Alltag anzuwenden, die üblichen Hilfsmittel wie Bücher, Tafeln, Rechenschieber zu benützen; er soll ferner einige Kenntnisse über die Entwicklungsgeschichte und die grundlegenden erkenntnistheoretischen Fragen der Mathematik besitzen.

1. Grundprogramm für die Typen A und B mit Kommentar

(Der Text des Programms ist schräg gedruckt).

Die Mengen der natürlichen, ganzen, rationalen und reellen Zahlen. Operationen und ihre Eigenschaften.

Die Eigenschaften der Operationen (Addition, Multiplikation) sind explizit zu formulieren mit Bezug auf die Struktur der Gruppe, des Ringes und des Körpers: innere Verknüpfung, Assoziativität, neutrales Element, inverse Elemente, Kommutativität, Distributivität der Multiplikation bezüglich der Addition.
Der Begriff der reellen Zahl; Illustration durch Beispiele. Die Zahlengerade. Man setzt voraus, dass die Operationen in $\mathbb{R}$ dieselben Eigenschaften besitzen wie die Operationen in $\mathbb{Q}$.

Ordnung

Nur die natürliche Ordnung und die entsprechende Totalordnung sind zu behandeln. Verträglichkeit der Ordnungsrelation mit der Multiplikation mit einer positiven Zahl und mit der Addition. Die Archimedische Eigenschaft. Ein systematisches Studium der Ordnungsrelationen wird nicht verlangt.

Primfaktorzerlegung. KgV und ggT in der Menge der natürlichen Zahlen.

Ein Beweis für die Eindeutigkeit der Primfaktorzerlegung wird nicht verlangt. [1]

Anmerkungen :

a. Im Zusammenhang mit dem Studium von $\mathbb{N}$ ist auch die vollständige Induktion zu behandeln.

b. Es wird kein konstruktiver Aufbau von $\mathbb{Z}$ und $\mathbb{Q}$ aus $\mathbb{N}$ verlangt.

c. In diesem Kapitel sowie im übrigen Programm soll man sich der Sprache der Mengenalgebra bedienen können, welche jedoch für sich allein keinen Prüfungsgegenstand bildet.

Polynome: Addition, Substraktion, Multiplikation und ihre Eigenschaften. Quotienten von Polynomen.

Es werden nur Polynome mit reellen Koeffizienten betrachtet. Die Eigenschaften der Operationen sind mit Bezug auf die Ringstruktur zu untersuchen (Vgl. Zahlenmengen). Bei der Division beschränke man sich auf Divisoren höchstens zweiten Grades.

Relationen, Abbildungen.

Eigenschaften der gebräuchlichen Relationen (Aequivalenz, Ordnungsrelationen in $\mathbb{R}$, Inklusion). Graphische Darstellung einer Relation. Injektive, surjektive, bijektive Abbildungen. Graphische Darstellung einer Abbildung.

Zusammensetzung von Abbildungen, inverse Abbildung.

Zusammensetzung von einfachen Funktionen mit $(x \longmapsto x+a)$ und $(x \longmapsto ax)$.
(Translation und Streckung in $\mathbb{R}$).
Zusammensetzung von Kongruenzabbildungen und zentrischen Streckungen der Ebene. Identische Funktion $(x \longmapsto x)$.
Umkehrung einer bijektiven Funktion. Umkehrung einer zusammengesetzten Funktion. Eigenschaften der Zusammensetzung in Verbindung mit dem Begriff der Gruppe.

Einfache Funktionen:

$x \longmapsto ax$, $x \longmapsto ax+b$, $x \longmapsto \frac{k}{x}$, $x \longmapsto x^n$ $(n \in \mathbb{N})$, $x \longmapsto P(x)$

wo P ein Polynom höchstens dritten Grades ist.

Graphische Darstellung und Haupteigenschaften.

[1] Dass dieser Beweis an der Prüfung nicht verlangt wird, soll nicht heissen, dass die Lehrer ihn zu vermeiden hätten noch dass sie ihn nicht von ihren Schülern verlangen dürften.

Exponential- und Logarithmusfunktionen
$x \longmapsto a^x$ und $x \longmapsto \log_a(x)$, *(a positiv reell, insbesondere Basen 10 und e).*

Graphische Darstellung und Haupteigenschaften. Zusammensetzung mit
$x \longmapsto ax$ und $x \longmapsto x+a$
Benützung von numerischen Tafeln.

Trigonometrische Funktionen.

Winkelmessung; gebräuchliche Einheiten (Grad, Radian) und deren Umrechnung. Die Funktionen Sinus, Kosinus, Tangens und Kotangens (Darstellung am Einheitskreis).
Graphische Darstellung und Haupteigenschaften. Verwendung von Tafeln und Rechenschieber.

Gleichungen, Ungleichungen und Gleichungssysteme 1. Grades mit 1, 2 oder 3 Variablen.

Bei den Gleichungssystemen Kenntnis der Substitutionsmethode und der Methode der linearen Kombination. Graphische Darstellung der Lösungsmenge von Gleichungen und Ungleichungen mit zwei Variablen (Geraden und Halbebenen). Extremum einer Funktion 1. Grades mit zwei Variablen auf einem konvexen Polygon.

Gleichungen zweiten Grades mit einer Variablen.

Es sollen nur solche Gleichungen gelöst werden, die ohne allzu grossen Rechenaufwand behandelt werden können.

Begriff der Ableitung.

Einführung mit Hilfe des Grenzwertbegriffs (welcher für sich allein kein Prüfungsthema ist). Definition der Ableitung einer Funktion f in einem Punkt a. Bezeichnung $f'(a)$.
Die abgeleitete Funktion $f' : x \longmapsto f'(x)$.

Ableitungsregeln.

Ableitung einer Summe, eines Produktes, eines Quotienten und einer zusammengesetzten Funktion (Kettenregel).

Diskussion von reellen Funktionen mit einer Variablen (insbesondere: Asymptoten, Extrema, graphische Darstellung).

Auch die Symmetrien und die Periodizität sind zu beachten.
Für die rationalen Funktionen beschränke man sich bei $x \longmapsto \frac{P(x)}{Q(x)}$ auf Polynome höchstens dritten Grades.
Ein eingehendes Studium der zweiten Ableitung wird nicht verlangt.

Stammfunktion und bestimmtes Integral.

Stammfunktion der oben aufgezählten einfachen Funktionen sowie der Funktionen Sinus und Kosinus.

Eine systematische Behandlung der Integrationsmethoden wird nicht verlangt, dagegen soll an einigen einfachen Beispielen die Substitutionsmethode praktiziert werden.
Kenntnis der Additivität und der Linearität auf Grund von Beispielen. Anwendung auf einfache Oberflächen- und Volumenberechnungen.

Geometrische Transformationen: Kongruenzabbildungen, zentrische Streckungen und Ähnlichkeitsabbildungen in der Ebene.

Bei den Kongruenzabbildungen handelt es sich um Achsenspiegelungen, Punktspiegelungen, Rotationen und Translationen.
Die Geometrie kann auch nach dem Euklidschen Vorbild aufgebaut werden, wobei dann die Kongruenz- und Ähnlichkeitsabbildungen an den passenden Stellen entwickelt werden können.

Grundlegende Sätze der Elementargeometrie.

Die elementaren Eigenschaften von Dreieck, einfachen Polygonen und Kreis. Flächenberechnungen. Strahlensätze. Flächensätze aus rechtwinkligen Dreieck (Kathetensatz, Pythagoras, Höhensatz).

Reelle Vektorräume der Dimension 1, 2 und 3.

Der abstrakte Begriff des Vektorraums wird nicht verlangt, doch der Kandidat muss die Struktur des Vektorraums an verschiedenen Modellen ($\mathbb{R}$, $\mathbb{R}^2$, $\mathbb{R}^3$, Polynome, Translationen, Lösungen einer linearen homogenen Gleichung) erkennen.
Kenntnis und Anwendung der Begriffe der linearen Kombination, der linearen Abhängigkeit und Unabhängigkeit, der Basis, der Dimension, der Zerlegung eines Vektors in einer gegebenen Basis.

Skalarprodukt, Vektorprodukt.

Eigenschaften des Skalarprodukts ($\mathbb{R}^2$, $\mathbb{R}^3$) und des Vektorprodukts ($\mathbb{R}^3$).

Anwendung auf die ebene und räumliche Geometrie: Gerade, Kreis, Ebene, Kugel (Parameterdarstellung und Gleichungen in Koordinaten).

Geometrische Interpretation der wichtigsten Eigenschaften der Vektorräume. Betrag eines Vektors, Abstand zweier Punkte. Abstand eines Punktes von einer Geraden und einer Ebene. Flächenmass des Parallelogramms. Winkel zweier Vektoren, zweier Ebenen, einer Geraden und einer Ebene. Orthogonalität, Parallelität. Koordinatengleichung und Parameterdarstellung von Gerade, Ebene und Kreis. Geometrische Interpretation der benützten Parameter. Koordinatengleichung der Kugel.

Trigonometrie: rechtwinkliges Dreieck, Sinus- und Kosinussatz. Additionstheoreme.

Es handelt sich vor allem darum, die erworbenen Kenntnisse über die trigonometrischen Funktionen in konkreten Aufgaben anzuwenden, unter Benützung von Tafeln und Rechenschieber.

Es werden keine Beweise verlangt. [1)]

Oberflächenmass und Volumeninhalt einfacher Körper.

Es handelt sich vor allem um folgende Körper : Prismen, Zylinder ; Pyramiden, Kreiskegel ; Kugel.
Dieser Abschnitt kann auch in Zusammenhang mit der Integralrechnung behandelt werden, was aber eine propädeutische Behandlung mit den wichtigsten Resultaten für die Praxis nicht ausschliessen sollte.

Beschreibende Statistik.

Graphische Darstellung der absoluten und relativen Häufigkeit (Stabdiagramme, Histogramme).
Die statistischen Masszahlen : Mittelwert, Varianz, Standartabweichung.

Begriff der Wahrscheinlichkeit.

Die Idee der Wahrscheinlichkeit in Verbindung mit dem Begriff des zufälligen Ereignisses.

Die bedingte Wahrscheinlichkeit. Unabhängige Ereignisse.

Begriff der Normalverteilung.

Normalverteilung : Interpretation von μ und σ als Mittelwert und Standartabweichung (ohne Beweis).

[1)] Dass dieser Beweis an der Prüfung nicht verlangt wird, soll nicht heissen, dass die Lehrer ihn zu vermeiden hätten noch dass sie ihn nicht von ihren Schülern verlangen dürften.

2. Ergänzungsprogramm für die Typen A und B (Kapitel zur Auswahl).

1. *Komplexe Zahlen: Gaussche Ebene, Operationen, Formel von Moivre. Geometrische Deutung der Operationen.*
2. *Lineare Algebra: Lineare Abbildungen reeller Vektorräume. Für die Dimension 2: Zusammensetzung von linearen Abbildungen; Eigenvektoren, Matrizen, Determinanten.*
3. *Integralrechnung: Stammfunktion und bestimmtes Integral. Mittelwertsatz. Additivität, Linearität.*
   Einfache Differentialgleichungen.
4. *Zahlentheorie: Darstellung von Zahlen in Positionssystemen mit verschiedenen Basen. Primfaktorzerlegung. Kleinstes gemeinsames Vielfaches und grösster gemeinsamer Teiler in der Menge der ganzen Zahlen. Euklidischer Algorithmus. Restklassenringe und -körper.*
5. *Kombinatorik: Methode des systematischen Ausprobierens.*
   Einfache Aufgaben der abzählenden Kombinatorik.
6. *Statistik: Diskrete und stetige Zufallsvariablen. Binomial- und Normalverteilung. Praktische Anwendungen.*
7. *Logik: Aussagenlogik: Verknüpfung von Aussagen. Tautologien.*
   Prädikatenlogik: Prädikate und Funktionen. Existenz- und Allquantor.
8. *Einführung in die Benützung von Rechenanlagen: Grundprinzipien programmgesteuerter Rechenanlagen. Flussdiagramme. Herstellung einfacher Programme.*

3. Grundprogramm für den Typus C mit Kommentar.

(Der Text des Programms ist schräg gedruckt)

Die Mengen der natürlichen, ganzen und rationalen Zahlen. Operationen und ihre Eigenschaften.

Die Eigenschaften der Operationen (Addition, Multiplikation) sind explizit zu formulieren, mit Bezug auf die Struktur der Gruppe, des Ringes und des Körpers : innere Verknüpfung, Assoziativität, neutrales Element, inverse Elemente, Kommutativität, Distributivität der Multiplikation bezüglich der Addition.

Ordnung.

Nur die natürliche Ordnung und die entsprechende Totalordnung sind zu behandeln. Verträglichkeit der Ordnungsrelation mit der Multiplikation mit einer positiven Zahl und mit der Addition. Die Archimedische Eigenschaft. Ein systematisches Studium der Ordnungsrelationen wird nicht verlangt.

Darstellung der ganzen Zahlen in Positionssystemen mit verschiedenen Basen.

Mindestens die Basen 2 und 10 sind zu berücksichtigen.

Primfaktorzerlegung. KgV und ggT in der Menge der natürlichen Zahlen.

Ein Beweis für die Eindeutigkeit der Primfaktorzerlegung wird nicht verlangt. [1)]

Anmerkungen :

a. Im Zusammenhang mit dem Studium von $\mathbb{N}$ ist auch die vollständige Induktion zu behandeln.

b. Es wird kein konstruktiver Aufbau von $\mathbb{Z}$ und $\mathbb{Q}$ aus $\mathbb{N}$ verlangt.

c. In diesem Kapitel sowie im übrigen Programm soll man sich der Sprache der Mengenalgebra bedienen können, welche jedoch für sich allein keinen Prüfungsgegenstand bildet.

Der Körper der reellen Zahlen.

Eine Methode der Einführung der reellen Zahlen (Intervallverschachtelung. Dedekindscher Schnitt, Cauchyfolgen, Dezimal darstellung,...). Eigenschaften der Operationen und Ordnung analog wie bei $\mathbb{Q}$. Vollständigkeit der Menge der reellen Zahlen (ein Beweis wird nicht verlangt) [1)].

1) Dass dieser Beweis an der Prüfung nicht verlangt wird, soll nicht heissen, dass die Lehrer ihn zu vermeiden hätten noch dass sie ihn nicht von ihren Schülern verlangen dürften.

Der Körper der komplexen Zahlen: Gaussche Ebene; Operationen; Formel von Moivre. Geometrische Deutung der Operationen.

Eine Konstruktion der komplexen Zahlen. Bei der Gausschen Ebene soll sowohl die kartesische Darstellung als auch die Polardarstellung der komplexen Zahlen studiert werden. Geometrische Deutung der Operationen anhand der Abbildungen

$z \longmapsto \bar{z} \qquad z \longmapsto z + a \qquad z \longmapsto az \qquad (a \in \mathbb{C})$.

Polynome: Addition, Substraktion, Multiplikation und ihre Eigenschaften. Quotienten von Polynomen.

Es werden nur Polynome mit reellen Koeffizienten betrachtet.
Die Eigenschaften der Operationen sind mit Bezug auf die Ringstruktur zu untersuchen (Vgl. Zahlenmengen). Bei der Division beschränke man sich auf Divisoren höchstens zweiten Grades.

Nullstellen von Polynomen; Faktorzerlegung.

Existenz von Nullstellen (der Beweis wird nicht verlangt [1])). Teilbarkeit von $P(x)$ durch $(x-a)$, wenn $P(a)=0$.
Paarweises Auftreten konjugiert komplexer Nullstellen bei Polynomen mit reellen Koeffizienten. Grad eines Polynoms und Zahl seiner Nullstellen. Existenz einer reellen Nullstelle bei Polynomen von ungeraden Grad.

Reelle Folgen: Grenzwert und Grenzwertsätze.

Definition des Grenzwertes einer Folge von reellen Zahlen.
Die Folgen mit dem allgemeinen Glied:
$\frac{1}{n}$, a^n $(0 \leqslant a < 1)$, $\sqrt[n]{a}$ $(a > 0)$, $\frac{n^k}{a^n}$ $(k \in \mathbb{N}, a > 1$;
die Exponentialfunktion wächst stärker als jede Potenzfunktion.
Grenzwert einer Summe, eines Produktes und eines Quotienten.
Das Studium dieses Gegenstandes wiegt zu einem vertieften Verständnis von $\mathbb{R}$ bei.

Arithmetische und geometrische Folgen. Der binomische Lehrsatz.

Endliche arithmetische Folgen, Summe ihrer Glieder; endliche und unendliche geometrische Folgen, Summe ihrer Glieder.
$(a+b)^n$ für $a, b \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$ (Sonderfall $(1+x)^n$).
Zusammenhang mit den Kombinationen.

Relationen, Abbildungen.

Eigenschaften der gebräuchlichen Relationen (Aequivalenz, Ordnungsrelationen in $\mathbb{R}$, Inklusion). Graphische Darstellung einer Relation.
Injektive, surjektive, bijektive Abbildungen. Graphische Darstellung einer Abbildung.

[1]) Dass dieser Beweis an der Prüfung nicht verlangt wird, soll nicht heissen, dass die Lehrer ihn zu vermeiden hätten noch dass sie ihn nicht von ihren Schülern verlangen dürften.

Zusammensetzung von Abbildungen, inverse Abbildung.

Zusammensetzung von einfachen Funktionen mit $x \longmapsto x+a$ und $x \longmapsto ax$
(Translation und Streckung in $\mathbb{R}$).
Zusammensetzung von Kongruenzabbildungen und zentrische Streckungen der Ebene. Identische Funktion $x \longmapsto x$
Umkehrung einer zusammengesetzten Funktion.
Eigenschaften der Zusammensetzung in Verbindung mit dem Begriff der Gruppe.

Einfache Funktionen:
$x \longmapsto ax$, $x \longmapsto ax+b$, $x \longmapsto \frac{k}{x}$, $x \longmapsto x^n$ $(n \in \mathbb{N})$, $x \longmapsto P(x)$

wo P ein Polynom höchstens dritten Grades ist.

Graphische Darstellung und Haupteigenschaften.

Exponential- und Logarithmusfunktionen

$x \longmapsto a^x$ *et* $x \longmapsto \log_a(x)$,

(a positiv reell, insbesondere Basen 10 und e).

Graphische Darstellung und Haupteigenschaften.
Zusammensetzung mit $x \longmapsto ax$ und $x \longmapsto x + a$
Benützung von numerischen Tafeln.

Trigonometrische Funktionen.

Winkelmessung; gebräuchliche Einheiten (Grad, Radian) und deren Umrechnung. Die Funktionen Sinus, Kosinus, Tangens und Kotangens (Darstellung am Einheitskreis). Graphische Darstellung und Haupteigenschaften. Verwendung von Tafeln und Rechenschieber.
Umkehrfunktionen der trigonometrischen Funktionen.

Gleichungen, Ungleichungen und Gleichungssysteme 1. Grades mit 1, 2 oder 3 Variablen.

Bei den Gleichungssystemen Kenntnis der Substitutionsmethode und der Methode der linearen Kombination.
Graphische Darstellung der Lösungsmenge von Gleichungen und Ungleichungen mit zwei Variablen (Geraden und Halbebenen). Extremum einer Funktion 1. Grades mit zwei Variablen auf einem konvexen Polygon.

Gleichungen zweiten Grades mit einer Variablen und Gleichungen, die sich darauf zurückführen lassen.

Es sollen nur solche Gleichungen gelöst werden, die sich ohne allzu grossen Rechenaufwand behandeln lassen. Bei den Gleichungen, die sich auf quadratische zurückführen lassen, sollen einfache biquadratische Gleichungen und einfache Wurzelgleichungen behandelt werden.

Einfache goniometrische Gleichungen.

Die einfachsten Gleichungen wie $\sin x = c$, $\sin(ax+b) = c$.
Gleichungen von Typus $a\cos x + b\sin x = c$.

Begriff des Grenzwertes.

Definition des Grenzwertes einer Funktion in einem Punkt.
Grenzwert der Summe, des Produktes und des Quotienten.

Stetigkeit.

Definition der Stetigkeit einer Funktion in einem Punkt, in einem Intervall. Beispiele nicht stetiger Funktionen. Summe, Produkt, Quotient und Zusammensetzung von stetigen Funktionen. Existenz und Lokalisierung der Nullstellen einer stetigen Funktion (die Beweise werden nicht verlangt [1]).

Begriff der Ableitung.

Definition der Ableitung einer Funktion in einem Punkt a.
Lineare Näherung. Geometrische Deutung der Ableitung.

Bezeichnungen $f'(a)$, $\frac{df}{dx}$.

Die abgeleitete Funktion $f' : x \longmapsto f'(x)$.
Satz von Rolle und Mittelwertsatz (die Beweise werden nicht verlangt [1]).

Ableitungsregeln.

Ableitung einer Summe, eines Produktes, eines Quotienten und einer zusammengesetzten Funktion (Kettenregel).

Diskussion von reellen Funktionen mit einer Variablen (insbesondere: Asymptoten, Extrema, Wendepunkte, graphische Darstellung).

Auch die Symmetrien und die Periodizität sind zu beachten.
Für die rationalen Funktionen beschränke man sich bei $x \longmapsto \frac{P(x)}{Q(x)}$ auf Polynome höchstens dritten Grades.

Stammfunktion.

Stammfunktionen der im Programm angeführten Funktionen.

Bestimmtes Integral. Substitutionsmethode und partielle Integration. Mittelwertsatz der Integralrechnung, Additivität, Linearität.

Die Beweise werden nicht verlangt [1]. Beispiele, welche die grundlegenden Ergebnisse der Integration illustrieren. Anwendung auf die Berechnung von Flächen und Volumeninhalt (Kegel, Kugel, Drehkörper).

[1] Dass dieser Beweis an der Prüfung nicht verlangt wird, soll nicht heissen, dass die Lehrer ihn zu vermeiden hätten noch dass sie ihn nicht von ihren Schülern verlangen dürften.

Einfache Differentialgleichungen.

Begriff der Differentialgleichung. Geometrische Interpretation. Man beschränke sich auf Beispiele der Form $y' = f(x)$ (die Lösung hängt von einer willkürlichen Konstanten ab) und $y'' = g(x)$ (zwei willkürliche Konstanten). Beispiele für die Bestimmung der Konstanten.

Geometrische Transformationen: Kongruenzabbildungen, zentrische Streckungen und Ähnlichkeitsabbildungen in der Ebene.

Bei den Kongruenzabbildungen handelt es sich um Achsenspiegelungen, Punktspiegelungen, Rotationen, Translationen, Gleitspiegelungen (Zusammensetzung einer Achsenspiegelung und einer Translation in Richtung der Spiegelachse).
Die Geometrie kann auch nach dem Euklidischen Vorbild aufgebaut werden, wobei dann die Kongruenz- und Ähnlichkeitsabbildungen an den passenden Stellen entwickelt werden können.

Grundlegende Sätze der Elementargeometrie.

Die elementaren Eigenschaften von Dreieck, einfachen Polygonen und Kreis. Flächenberechnungen. Strahlensätze. Flächensätze am rechtwinkligen Dreieck (Kathetensatz, Pythagoras, Höhensatz).

Reelle Vektorräume der Dimension 1, 2 und 3.

Der abstrakte Begriff des Vektorraums wird nicht verlangt, doch der Kandidat muss die Struktur des Vektorraums an verschiedenen Modellen ($\mathbb{R}$, $\mathbb{R}^2$, $\mathbb{R}^3$, $\mathbb{C}$, Polynome, Translationen, Lösungen einer linearen homogenen Gleichung) erkennen.
Kenntnis und Anwendung der Begriffe der linearen Kombination, der linearen Abhängigkeit und Unabhängigkeit, der Basis, der Dimension, der Zerlegung eines Vektors in einer gegebenen Basis.

Skalarprodukt, Vektorprodukt, Spatprodukt.

Eigenschaften des Skalarproduktes ($\mathbb{R}^2$, $\mathbb{R}^3$), des Vektor-und Spatproduktes ($\mathbb{R}^3$).

Anwendung auf die ebene und räumliche Geometrie: Gerade, Kreis, Kegelschnitte in einfachster Lage zum Koordinatensystem; Ebene, Kugel (Parameterdarstellung und Gleichung in Koordinaten).

Geometrische Interpretation der wichtigsten Eigenschaften der Vektorräume.
Betrag eines Vektors, Abstand zweier Punkte. Abstand eines Punktes von einer Geraden und einer Ebene. Flächenmass des Parallelogramms. Winkel zweier Vektoren, zweier Geraden, zweier Ebenen, einer Geraden und einer Ebene. Orthogonalität, Parallelität. Koordinatendarstellung und Parameterdarstellung von Gerade, Ebene, Kreis, Ellipse. Geometrische Interpretation der benützten Parameter. Koordinatengleichung der Kegelschnitte in einfachster Lage zum Koordinaten System und der Kugel.

Lineare Abbildungen von reellen Vektorräumen. Im zweidimensionalen Fall: Zusammensetzung von linearen Abbildungen; Eigenvektoren; Matrizen, Determinanten.

Kenntnis der folgenden linearen Abbildungen: Achsenspiegelung, Rotation, zentrische Streckung.
Bei einer gegebenen Abbildung muss der lineare Charakter erkannt werden, und man muss daraus die wichtigsten Folgerungen ziehen können (Bild einer Geraden oder einer Ebene, Konstruktion des Bildes eines Vektors aus den Bildern der Basisvektoren).
Man muss die Matrix einer linearen Abbildung und der Zusammensetzung von zwei linearen Abbildungen aufstellen können; ebenso muss man eine Matrix im Zusammenhang mit einer linearen Abbildung deuten können.
Bestimmung der Eigenvektoren einer linearen Abbildung.
Geometrische Deutung.
Kenntnis der folgenden Anwendungen des Begriffs Determinante: Flächenmass, lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit.

Trigonometrie: rechtwinkliges Dreieck; Sinus- und Kosinussatz; Additionstheoreme.

Es handelt sich vor allem darum, die erworbenen Kenntnisse über die trigonometrischen Funktionen in konkreten Aufgaben anzuwenden, unter Benützung von Tafeln und Rechenschieber.
Der Beweis der Additionstheoreme wird nicht verlangt [1].

Oberflächenmass und Volumeninhalt einfacher Körper.

Es handelt sich vor allem um folgende Körper: Prismen, Zylinder; Pyramiden, Kreiskegel; Kugel.
Dieser Abschnitt kann auch im Zusammenhang mit der Integralrechnung behandelt werden, was aber eine propädeutische Behandlung mit den wichtigsten Resultaten für die Praxis nicht ausschliessen sollte.

Beschreibende Statistik.

Graphische Darstellung der absoluten und relativen Häufigkeit (Stabdiagramme, Histogramme).
Die statistischen Masszahlen: Mittelwert, Varianz, Standartabweichung.

Einfache Probleme der Kombinatorik.

Begriff der Permutation. Bestimmung der Anzahl der Permutationen.
Begriff der Permutation mit Wiederholung und der Kombination sowie deren Berechnung.

[1] Dass dieser Beweis an der Prüfung nicht verlangt wird, soll nicht heissen, dass die Lehrer ihn zu vermeiden hätten noch dass sie ihn nicht von ihren Schülern verlangen dürften.

Begriff der Wahrschenlichkeit.

Die Idee der Wahrscheinlichkeit in Verbindung mit dem Begriff des zufälligen Ereignisses.

$(p(A) \geqslant 0,\ p(\Omega) = 1,\ p(\emptyset) = 0,\ p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B))$

Die bedingte Wahrscheinlichkeit. Unabhängige Ereignisse.
Das Bernoullische Versuchsschema.

Begriff der Normalverteilung.

Normalverteilung: Interpretation von μ und σ als Mittelwert und Standartabweichung (ohne Beweis).

Tabelle $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{u} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

4. Ergänzungsprogramm für den Typus C (Kapitel zur Auswahl)

1. *Differentialgleichungen: Lösungsmethoden. Gleichungen 1. Ordnung. Gleichungen 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten. Anwendungen.*
2. *Reelle Folgen und Reihen: Folgen: Häufungspunkt, Grenzwert, Konvergenz. Beschränkte monotone Folgen.*
   Reihen: Summe, Konvergenz. Potenzreihen, Herleitung der Taylorreihe.
3. *Zahlentheorie: wie für die Typen A und B.*
4. *Kombinatorik: wie für die Typen A und B.*
5. *Statistik: Verteilungen von diskreten und stetigen Variablen. Binomial-, Poisson- und Normalverteilung. Der Begriff der linearen Regression und der Korrelation.*
6. *Numerische Methoden: Lösung linearer Gleichungssysteme. Näherungsweise Lösung einer Gleichung. Interpolation (lineare, quadratische). Näherungsweise Integration.*
7. *Logik: wie für die Typen A und B.*
8. *Einführung in die Benützung von Rechenanlagen: wie für die Typen A und B.*

MATHÉMATIQUE

But de l'enseignement

Les mathématiques permettent d'acquérir l'expérience immédiate des modes de pensée et de travail scientifiques dans quelques-uns de leurs aspects les plus importants : prise de conscience des structures générales et des relations fonctionnelles, capacité d'aborder des problèmes avec imagination et persévérance, attitude critique vis-à-vis de solutions de problèmes et de la validité des propositions énoncées.

Le candidat doit être capable de résoudre lui-même des problèmes se rapportant aux domaines traités, de procéder correctement à des démonstrations simples de théorèmes courants, d'appliquer ses connaissances mathématiques dans d'autres domaines du savoir et dans la vie courante, d'utiliser les instruments de travail usuels, livres, tables numériques, règles à calcul ; il doit, en outre, posséder quelques connaissances sur l'histoire du développement des mathématiques et des questions fondamentales de la théorie de la connaissance.

1. Programme de base (types A et B) commenté

(Le texte du programme est en italique).

Ensembles des nombres naturels, entiers, rationnels et réels. Les opérations et leurs propriétés.

Les propriétés des opérations (addition, multiplication) doivent être formulées explicitement, en relation avec les structures de groupe, d'anneau et de corps :
Opération interne, associativité, élément neutre, élément inverse d'un élément donné, commutativité ; distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.
Idée de nombre réel ; illustration par des exemples. Droite réelle.
On admettra par la suite que les opérations sur les réels satisfont aux mêmes propriétés que les opérations sur les rationnels.

Ordre

Seul l'ordre naturel et l'ordre total correspondant sont à traiter.
Compatibilité de la relation d'ordre avec la multiplication par un nombre positif et avec l'addition. Propriété d'Archimède.
Une étude systématique des relations d'ordre n'est pas exigée.

Décomposition en facteurs premiers. Ppcm et Pgcd dans l'ensemble des entiers naturels.

Une démonstration de l'unicité de la décomposition n'est pas exigée [1].

Remarques :

a. En relation avec l'étude de $\mathbb{N}$, il faut dans le cours du programme aborder le sujet de l'induction complète.

b. Une construction systématique de $\mathbb{Z}$ et de $\mathbb{Q}$ à partir de $\mathbb{N}$ n'est pas demandée.

c. Dans ce chapitre et dans le reste du programme on doit pouvoir recourir au langage ensembliste, sans que cela constitue pour autant un sujet d'examen en soi.

Polynômes : addition, soustraction, multiplication et leurs propriétés.
Quotients de polynômes.

Seuls les polynômes à cœfficients réels sont à considérer.
Les propriétés des opérations sont examinées en relation avec la structure d'anneau (voir ens. de nombres).
Pour la division, on se limitera à des diviseurs de degré inférieur ou égal à deux.

Relations, applications.

Propriétés des relations d'usage courant (équivalence, ordre total et ordre strict de $\mathbb{R}$, inclusion). Représentation graphique d'une relation.
Applications injectives, surjectives, bijectives. Représentation graphique d'une application.

Composition d'applications, application réciproque.

Composition de fonctions simples avec des translations de $\mathbb{R}$ ($x \longmapsto x+a$) et des fonctions linéaires de $\mathbb{R}$ ($x \longmapsto ax$).
Composition d'isométries et d'homothéties du plan.
Fonction identique ($x \longmapsto x$). Réciproque d'une fonction bijective.
Réciproque d'une composée de fonctions. Propriétés de l'opération de composition en liaison avec la notion de groupe.

Fonctions simples :

$x \longmapsto ax$, $x \longmapsto ax+b$, $x \longmapsto \frac{k}{x}$, $x \longmapsto x^n$ $(n \in \mathbb{N})$, $x \longmapsto P(x)$

où P est un polynôme de degré inférieur ou égal à 3.

Représentation graphique et principales propriétés.

[1] Il ne paraît pas judicieux d'exiger cette démonstration à l'examen, ce qui ne signifie pas que les professeurs aient à l'éviter en cours d'étude, ni qu'elle ne puisse être demandée aux élèves pendant leur scolarité.

Fonctions exponentielle et logarithme:

$x \longmapsto a^x$ et $x \longmapsto \log_a(x)$, (a réel positif; en particulier bases 10 et e).

Représentation graphique et principales propriétés.
Composition avec des fonctions linéaires et des translations de $\mathbb{R}$.
Utilisation des tables numériques.

Fonctions trigonométriques.

Mesure des angles; unités courantes (degré, radian), conversion.
Fonctions sinus, cosinus, tangente et cotangente (cercle trigonométrique).
Représentation graphique et principales propriétés.
Utilisation d'une table de valeurs et de la règle à calcul.

Equations, inéquations et systèmes d'équations de degré 1 à 1, 2, 3 variables.

Pour les systèmes d'équations, connaissance de la méthode des combinaisons linéaires d'équations et de la méthode de substitution.
Représentation graphique de l'ensemble des solutions d'équations et d'inéquations à deux variables (droites et demi-plans). Extremum d'une fonction de degré 1 à deux variables dans un polygone convexe.

Equations de degré 2 à 1 variable.

On ne demandera pas de résoudre des équations exigeant des calculs compliqués.

Notion de dérivée.

Introduction utilisant l'idée de limite (cette dernière n'étant pas un sujet d'examen en soi).
Définition de la dérivée d'une fonction f en un point a.
Interprétation géométrique. Notation $f'(a)$.
Fonction dérivée $f' : x \longmapsto f'(x)$.

Règles de dérivation

Dérivation d'une somme, d'un produit, d'un quotient et d'une composée.

Etude de fonctions d'une variable réelle (en particulier: asymptotes, extrema, représentation graphique).

Considérer aussi la parité et la périodicité. Pour les asymptotes horizontales ou obliques, on se limitera à des fonctions n'en possédant qu'une au plus de chaque sorte.
Pour les fonctions rationnelles, se limiter au type $\frac{P(x)}{Q(x)}$ avec degré $P, Q \leqslant 3$.
Une étude approfondie de la dérivée seconde n'est pas exigée.

Primitive et intégrale définie.

Primitives des fonctions simples énumérées plus haut et des fonctions sinus et cosinus.

Les méthodes systématiques d'intégration ne seront pas exigées, mais la pratique de quelques substitutions simples doit être acquise.
Connaissance des propriétés d'additivité et de linéarité, sur la base d'exemples.
Applications à des calculs simples d'aires et de volumes.

Transformations géométriques: isométries, homothétie et similitude dans le plan.

Les isométries comprennent: symétrie axiale, symétrie centrale, rotations, translations.
Note: La géométrie peut aussi être présentée selon le modèle euclidien en introduisant les notions ci-dessus aux endroits qui conviennent.

Résultats fondamentaux de la géométrie élémentaire.

Propriétés élémentaires du triangle, des polygones simples et du cercle. Aires. Règles de Thalès. Théorèmes du triangle rectangle (Pythagore, Euclide, hauteur).

Espaces vectoriels réels de dimension 1, 2 et 3.

La notion abstraite d'espace vectoriel n'est pas exigée, mais le candidat doit pouvoir reconnaître la structure d'espace vectoriel sur des modèles de nature différente ($\mathbb{R}$, $\mathbb{R}^2$, $\mathbb{R}^3$, polynômes, translations, solutions d'une équation linéaire homogène).
Connaissance et emploi des notions de combinaison linéaire, dépendance et indépendance linéaire, base, dimension, décomposition d'un vecteur dans une base.

Produit scalaire – Produit vectoriel.

Propriétés des produits scalaire ($\mathbb{R}^2$, $\mathbb{R}^3$) et vectoriel ($\mathbb{R}^3$).

Applications à la géométrie dans le plan et dans l'espace: droite, cercle, plan, sphère (représentation paramétrique, équation cartésienne).

Interprétation géométrique des propriétés fondamentales des espaces vectoriels.
Norme d'un vecteur, distance de 2 points.
Distance d'un point à une droite, d'un point à un plan.
Aire du parallélogramme.
Angle de deux vecteurs, de deux droites, de deux plans, d'une droite et d'un plan.
Orthogonalité, parallélisme.
Equation cartésienne et représentation paramétrique de droites, plans, cercles.
Interprétation géométrique des paramètres utilisés.
Equation cartésienne de la sphère.

Trigonométrie: triangle rectangle; règles du sinus et du cosinus; formules d'addition.

Il s'agit avant tout de savoir appliquer les connaissances acquises sur les

fonctions trigonométriques, en utilisant les tables numériques et la règle à calcul.
Aucune démonstration n'est exigée [1].

Aire et volume des corps simples.

Il s'agit avant tout des corps suivants :
Prismes, cylindre.
Pyramides, cône circulaire.
Sphère.
Ce point peut être traité en liaison avec le calcul intégral, ce qui n'exclut pas une étude propédeutique livrant les principaux résultats nécessaires à la pratique.

Statistique descriptive.

Description graphique d'effectifs et de fréquences (graphiques à bâtons, histogrammes).
Caractéristique de tendance centrale : moyenne arithmétique.
Caractéristiques de dispersion : variance, écart-type.

Notion de probabilité.

Idée de probabilité en liaison avec la notion d'événement aléatoire.
($p(A) \geqslant 0$, $p(\Omega) = 1$, $p(\emptyset) = 0$, $p(A) \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$)
Probabilité conditionnelle en liaison avec la notion d'événement conditionnel. Evénements indépendants.

Notion de distribution normale.

Distribution normale ; interprétation de μ et de σ comme moyenne et écart-type (sans démonstration).

[1] Il ne parait pas judicieux d'exiger ces démonstrations à l'examen, ce qui ne signifie pas que les professeurs aient à les éviter en cours d'étude, ni qu'elles ne puissent être demandées aux élèves pendant leur scolarité.

2. Programme complémentaire (chapitres à choix) (types A et B)

1. *Les nombres complexes : plan de Gauss ; opérations ; formule de Moivre. Interprétation géométrique des opérations.*
2. *Algèbre linéaire : Applications linéaires d'espaces vectoriels réels. En dimension 2 : composition d'applications linéaires ; vecteurs propres ; matrices, déterminants.*
3. *Calcul intégral : Primitive et intégrale définie. Formule de la moyenne ; additivité, linéarité.*
   Equations différentielles simples.
4. *Théorie des nombres : Numération des entiers dans différentes bases. Décomposition en facteurs premiers. Plus petit commun multiple et plus grand commun diviseur dans l'ensemble des entiers.*
   Algorithme d'Euclide.
   Congruences : Anneaux et corps de classes de reste.
5. *Combinatoire : Analyse systématique de situations combinatoires.*
   Problèmes simples de dénombrement dans des ensembles finis.
6. *Statistique : Variables aléatoires discrètes et continues.*
   Distributions binomiale et normale. Applications pratiques.
7. *Logique : Logique des propositions : composition des propositions.*
   Tautologies. Logique des prédicats : prédicats et fonctions.
   Quantificateurs existentiel et universel.
8. *Introduction à l'usage des calculatrices : Principes de fonctionnement des ordinateurs. Organigrammes.*
   Exemples de programmation.

3. Programme de base (type C) commenté

(Le texte du programme est en italique).

Ensembles des nombres naturels, entiers et rationnels. Les opérations et leurs propriétés.

Les propriétés des opérations (addition, multiplication) doivent être formulées explicitement, en relation avec les structures de groupe, d'anneau et de corps :
Opération interne, associativité, élément neutre, élément inverse d'un élément donné, commutativité ; distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.

Ordre.

Seul l'ordre naturel et l'ordre total correspondant sont à traiter.
Compatibilité de la relation d'ordre avec la multiplication par un nombre positif et avec l'addition. Propriété d'Archimède.
Une étude systématique des relations d'ordre n'est pas exigée.

Numération des entiers dans différentes bases.

Les bases 2 et 10 au moins sont à considérer.

Décomposition en facteurs premiers. Ppcm et Pgcd dans l'ensemble des entiers naturels.

Une démonstration de l'unicité de la décomposition n'est pas exigée [1].

Remarques :

a. En relation avec l'étude de $\mathbb{N}$, il faut dans le cours du programme aborder le sujet de l'induction complète.

b. Une construction systématique de $\mathbb{Z}$ et de $\mathbb{Q}$ à partir de $\mathbb{N}$ n'est pas demandée.

c. Dans ce chapitre et dans le reste du programme on doit pouvoir recourir au langage ensembliste, sans que cela constitue pour autant un sujet d'examen en soi.

Corps des réels.

Connaissance d'une méthode d'introduction des réels (intervalles emboîtés, coupures de Dedekind, suites de Cauchy, présentation décimale,...).
Propriétés des opérations et ordre sont vus en analogie avec ce qui a été fait pour $\mathbb{Q}$.
$\mathbb{R}$ est complet (la démonstration n'est pas exigée)[1].

[1] Il ne paraît pas judicieux d'exiger cette démonstration à l'examen, ce qui ne signifie pas que les professeurs aient à l'éviter en cours d'étude, ni qu'elle ne puisse être demandée aux élèves pendant leur scolarité.

Corps des complexes: plan de Gauss; opérations; formule de Moivre. Interprétation géométrique des opérations.

Présenter une construction des complexes.
En liaison avec l'introduction du plan de Gauss, étudier les représentations cartésienne et polaire.
Interprétation géométrique des opérations en relation avec les applications suivantes de $\mathbb{C}$ dans $\mathbb{C}$:
$z \longmapsto \bar{z}$ $\quad z \longmapsto z+a$ $\quad z \longmapsto az$ $\quad (a \in \mathbb{C})$.

Polynômes: addition, soustraction, multiplication et leurs propriétés. Quotients de polynômes.

Seuls les polynômes à cœfficients réels sont à considérer.
Les propriétés des opérations sont examinées en relation avec la structure d'anneau (voir ens. de nombres).
Pour la division, on se limitera à des diviseurs de degré inférieur ou égal à deux.

Zéros d'un polynôme; factorisation.

Existence de zéros. (La démonstration n'est pas demandée[1].)
Divisibilité de $P(x)$ par $(x-a)$, si a est tel que $P(a)=0$,
Zéros complexes conjugués d'un polynôme à cœfficients réels.
Degré d'un polynôme et nombre de ses zéros. Existence d'un zéro réel pour un polynôme de degré impair.

Suites réelles: limite et calcul des limites.

Définition de la limite d'une suite de nombres réels.
Traiter les suites de terme général $\frac{1}{n}$, a^n $(0 \leqslant a < 1)$,
$\sqrt[n]{a}$ $(a > 0)$, $\frac{n^k}{a^n}$ $(k \in \mathbb{N}, a > 1$; l'exponentielle l'emporte sur la puissance).
Limite d'une somme, d'un produit et d'un quotient. L'étude de ce sujet contribue à une connaissance plus approfondie de $\mathbb{R}$.

Suites arithmétiques et géométriques. Binôme de Newton.

Suites arithmétiques finies, somme de leurs termes; suites géométriques finies et infinies, somme de leurs termes.
$(a+b)^n$ pour $a, b \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$ (cas particulier $(1+x)^n$).
Lien avec les combinaisons.

Relations, applications.

Propriétés des relations d'usage courant (équivalence, ordre total et ordre strict de $\mathbb{R}$, inclusion). Représentation graphique d'une relation.

[1] Il ne paraît pas judicieux d'exiger cette démonstration à l'examen, ce qui ne signifie pas que les professeurs aient à l'éviter en cours d'étude, ni qu'elle ne puisse être demandée aux élèves pendant leur scolarité.

Applications injectives, surjectives, bijectives. Représentation graphique d'une application.

Composition d'applications, application réciproque.

Composition de fonctions simples avec des translations de $\mathbb{R}$ ($x \longmapsto x + a$) et des fonctions linéaires de $\mathbb{R}$ ($x \longmapsto ax$). Composition d'isométries et d'homothéties du plan. Fonction identique ($x \longmapsto x$). Réciproque d'une fonction bijective. Réciproque d'une composée de fonctions. Propriétés de l'opération de composition en liaison avec la notion de groupe.

Fonctions simples :

$x \longmapsto ax$, $x \longmapsto ax + b$, $x \longmapsto \frac{k}{x}$, $x \longmapsto x^n$ ($n \in \mathbb{N}$), $x \longmapsto P(x)$.
où P est un polynôme de degré inférieur ou égal à 3.

Représentation graphique et principales propriétés.

Fonctions exponentielle et logarithme :

$x \longmapsto a^x$ *et* $x \longmapsto \log_a(x)$, *(a réel positif ; en particulier, bases 10 et e).*

Représentation graphique et principales propriétés.
Composition avec des fonctions linéaires et des translations de $\mathbb{R}$.
Utilisation des tables numériques.

Fonctions trigonométriques

Mesure des angles ; unités courantes (degré, radian), conversion.
Fonctions sinus, cosinus, tangente et cotangente (cercle trigonométrique).
Représentation graphique et principales propriétés.
Utilisation d'une table de valeurs et de la règle à calcul.
Fonctions réciproques des fonctions trigonométriques.

Equations, inéquations et systèmes d'équations de degré 1 à 1, 2, 3 variables.

Pour les systèmes d'équations, connaissance de la méthode des combinaisons linéaires d'équations et de la méthode de substitution. Représentation graphique de l'ensemble des solutions d'équations et d'inéquations à deux variables (droites et demi-plans). Extremum d'une fonction de degré 1 à deux variables dans un polygone convexe.

Equations de degré 2 à 1 variable, équations qui s'y ramènent.

On ne demandera pas de résoudre des équations exigeant des calculs compliqués.
Parmi les équations qui se ramènent à une équation de degré 2, traiter des cas simples d'équations bicarrées et d'équations irrationnelles.

Equations trigonométriques simples.

Equations les plus simples, telles $\sin x = c$, $\sin(ax + b) = c$.

Equations du type $a\cos x + b\sin x = c$.

Notion de limite.

Définition de la limite d'une fonction en un point.
Limite d'une somme, d'un produit et d'un quotient.

Continuité.

Définition de la continuité d'une fonction en un point, sur un intervalle. Exemples de fonctions non continues. Somme, produit, quotient et composée de fonctions continues. Existence et localisation des zéros d'une fonction continue (les démonstrations ne sont pas demandées)[1].

Notion de dérivée.

Définition de la dérivée d'une fonction f en un point a. Fonction affine tangente. Interprétation géométrique de la dérivée.
Notations $f'(a)$, $\frac{df}{dx}$.
Fonction dérivée $f' : x \longmapsto f'(x)$.
Théorème de Rolle et des accroissements finis (les démonstrations ne sont pas demandées)[1].

Règles de dérivation.

Dérivation d'une somme, d'un produit, d'un quotient et d'une composée.

Etude de fonctions d'une variable réelle (en particulier: asymptotes, extrema, points d'inflexion, représentation graphique).

Considérer aussi la parité et la périodicité. Pour les asymptotes horizontales ou obliques, on se limitera à des fonctions n'en possédant qu'une au plus de chaque sorte.
Pour les fonctions rationnelles, se limiter au type
$\frac{P(x)}{Q(x)}$ avec degré P, Q $\leqslant 3$.

Primitive.

Primitive des fonctions élémentaires rencontrées dans le programme.

Intégrale définie. Méthode de substitution et intégration par parties. Formule de la moyenne, additivité, linéarité.

Les démonstrations ne sont pas demandées[1]. Exemples illustrant les résultats fondamentaux de l'intégration. Applications au calcul d'aires et de volumes (cône, sphère, corps de révolution).

[1] Il ne parait pas judicieux d'exiger ces démonstrations à l'examen, ce qui ne signifie pas que les professeurs aient à les éviter en cours d'étude, ni qu'elles ne puissent être demandées aux élèves pendant leur scolarité.

Equations différentielles simples.

Notion d'équation différentielle. Interprétation géométrique. On se limitera à des exemples de la forme $y' = f(x)$ (la solution dépend d'une constante arbitraire) et $y'' = g(x)$ (deux constantes arbitraires).
Exemples de détermination des constantes.

Transformations géométriques : isométries et leurs compositions, homothétie et similitude dans le plan.

Les isométries comprennent : symétrie axiale, symétrie centrale, rotations, translations, symétrie glissée (composition d'une symétrie axiale et d'une translation de direction parallèle à l'axe de symétrie).
Note : La géométrie peut aussi être présentée selon le modèle euclidien en introduisant les notions ci-dessus aux endroits qui conviennent.

Résultats fondamentaux de la géométrie élémentaire.

Propriétés élémentaires du triangle, des polygones simples et du cercle. Aires. Règles de Thalès. Théorèmes du triangle rectangle (Pythagore, Euclide, hauteur).

Espaces vectoriels réels de dimension 1, 2 et 3.

La notion abstraite d'espace vectoriel n'est pas exigée, mais le candidat doit pouvoir reconnaître la structure d'espace vectoriel sur des modèles de nature différente ($\mathbb{R}$, $\mathbb{R}^2$, $\mathbb{R}^3$, $\mathbb{C}$, polynômes, translations, solutions d'une équation linéaire homogène).
Connaissance et emploi des notions de combinaison linéaire, dépendance et indépendance linéaire, base, dimension, décomposition d'un vecteur dans une base.

Produit scalaire – Produit vectoriel – Produit mixte.

Propriétés des produits scalaire ($\mathbb{R}^2$, $\mathbb{R}^3$) vectoriel, mixte ($\mathbb{R}^3$).

Applications à la géométrie dans le plan et dans l'espace : droite, cercle, coniques rapportées aux axes ; plan, sphère (représentation paramétrique, équation cartésienne).

Interprétation géométrique des propriétés fondamentales des espaces vectoriels.
Norme d'un vecteur, distance de 2 points.
Distance d'un point à une droite, d'un point à un plan.
Aire du parallélogramme, volume du parallélipipède.
Angle de deux vecteurs, de deux droites, de deux plans, d'une droite et d'un plan.
Orthogonalité, parallélisme.
Equation cartésienne et représentation paramétrique de droites, plans, cercles, ellipses.
Interprétation géométrique des paramètres utilisés.
Equation cartésienne des coniques rapportées aux axes et de la sphère.

Applications linéaires d'espaces vectoriels réels.
En dimension 2 : composition d'applications linéaires ; vecteurs propres ; matrices, déterminants.

Connaissance des applications linéaires suivantes : symétrie axiale, rotation, homothétie.
Il faut savoir, pour une application donnée, reconnaître son caractère linéaire et en tirer les principales conséquences (Image d'une droite ou d'un plan, construction de l'image d'un vecteur à partir des images des vecteurs de la base).
Il faut pouvoir établir la matrice d'une application linéaire et celle de la composée de deux applications linéaires, ainsi qu'interpréter une matrice en termes d'application linéaire.
Recherche des vecteurs propres d'une application linéaire.
Interprétation géométrique.
Connaissance des applications suivantes de la notion de déterminant : aire, dépendance ou indépendance linéaire.

Trigonométrie : triangle rectangle ; règles du sinus et du cosinus ; formules d'addition.

Il s'agit avant tout de savoir appliquer les connaissances acquises sur les fonctions trigonométriques, en utilisant les tables numériques et la règle à calcul.
La démonstration des théorèmes d'addition n'est pas exigée[1].

Aire et volume des corps simples.

Il s'agit avant tout des corps suivants : prismes, cylindre. Pyramides, cône circulaire. Sphère.
Ce point peut être traité en liaison avec le calcul intégral, ce qui n'exclut pas une étude propédeutique livrant les principaux résultats nécessaires à la pratique.

Statistique descriptive.

Description graphique d'effectifs et de fréquences (graphiques à bâtons, histogrammes).
Caractéristiques de tendance centrale : moyenne arithmétique, médiane, mode.
Caractéristiques de dispersion : variance, écart-type.

Problèmes simples de combinatoire.

Notion de permutation. Dénombrement des permutations (factorielle).
Notions de permutation avec répétition et de combinaison et leur dénombrement.

[1] Il ne parait pas judicieux d'exiger ces démonstrations à l'examen, ce qui ne signifie pas que les professeurs aient à les éviter en cours d'étude, ni qu'elles ne puissent être demandées aux élèves pendant leur scolarité.

Notion de probabilité.

Idée de probabilité en liaison avec la notion d'événement aléatoire. ($p(A) \geqslant 0$, $p(\Omega) = 1$, $p(\emptyset) = 0$, $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$)
Probabilité conditionnelle en liaison avec la notion d'événement conditionnel. Evénements indépendants.
Evénements répétés (loi de Bernoulli).

Notion de distribution normale.

Distribution normale ; interprétation de μ et de σ comme moyenne et écart-type (sans démonstration)[1].

Table $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{u} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

4. Programme complémentaire (chapitres à choix) (type C)

1. *Equations différentielles : méthodes de résolution. Equations du 1er ordre ; équations du 2ème ordre à cœfficients constants.*
   Applications.
2. *Suites et séries de nombres réels.*
   Suites : points d'accumulation, limite, convergence. Suites monotones bornées.
   Séries : somme, convergence. Séries de puissances ; développements de Taylor.
3. *Théorie des nombres : comme types A et B.*
4. *Combinatoire : comme types A et B.*
5. *Statistique : distribution de variables discrètes et continues.*
   Distribution binomiale, de Poisson et normale. Notion de régression linéaire et de corrélation.
6. *Analyse numérique : résolution de systèmes d'équations linéaires.*
   Résolution approchée d'une équation. Interpolation (linéaire, quadratique).
   Intégration approchée.
7. *Logique : comme types A et B.*
8. *Introduction à l'usage des calculatrices : comme types A et B.*

Bibliographie

La double liste qui suit a été établie de façon à aider ceux qui, à un niveau ou un autre, désirent réaliser le programme commenté précédent. La première partie est consacrée à des ouvrages de référence dans lesquels l'enseignant retrouvera des précisions d'ordre théorique qu'il pourrait avoir oubliées ; c'est dire que l'on a renoncé à citer là des livres d'intérêt purement culturel. Quant aux manuels énumérés dans la deuxième partie, ils contiennent tous l'un ou l'autre chapitre du programme sous des présentations parfois fort différentes. Si nos collègues n'auront aucune peine à regrouper ces documents pour en tirer un enseignement cohérent, nous conseillons en revanche vivement aux candidats à des examens de fin de scolarité secondaire de s'approcher des professeurs des écoles officielles pour établir un plan de préparation homogène.

Cette bibliographie ne peut être que sommaire ; beaucoup de manuels allemands ou français n'ont pas été cités. On ne peut que souhaiter de voir ce travail repris par une commission ad hoc dans les années à venir.

A. Ouvrages de référence pour les enseignants

I Behnke u. a. Grundzüge der Mathematik (1, 2, 3) (Vandenhœck)

II Dieudonné Algèbre linéaire et géométrie élémentaire (Hermann)

III Dixmier Cours de mathématiques du 1er cycle (1) (Gauthier-Villars)

IV Donnedu Mathématiques supérieures et spéciales (1, 2) (Dunod)

V Das Fischer Lexikon, Mathematik 1, 2 (Fischer Bücherei ; traduzione Feltrinelli, Milano)

VI Godement Cours d'algèbre (Herrmann)

VII Pickert Einführung in die Differential- und Integralrechnung (Klett)

VIII Pisot-Zamansky Mathématiques générales : Algèbre-analyse (Dunod)

IX Prodi Analisi matematica (Boringlsieri, Torino)

X Speranza Relazioni e strutture (Zanichelli)

XI Zamanski Introduction à l'algèbre et l'analyse modernes (Dunod ; traduzione Feltrinelli)

XII Rueff-Jeger Menge, Boole'scher Verband und Mass (Räber)

B. Manuels utilisables dans les cours ou pour la préparation des leçons

1. Bachmann Vektorgeometrie (Sabe)
2. Bernet-Reusser Equations (1, 2) CRM (Spes)
3. Bernet-Reusser Calcul littéral CRM (Spes)
4. Blumer Mathematikarbeitsbuch für die Oberstufe DMK (Orell-Füssli)
5. Burgat Mathématiques modernes IV (Probabilités-Statistique (Griffon)
6. Burgat-Suter Mathématiques modernes III (Le Griffon)
7. Calame Mathématiques modernes I, II, III (Le Griffon)
8. Chambadal Calcul des probabilités, 1er cycle (Dunod)
9. Chambadal Cours de mathématiques (Dunod)
10. Delessert Géométrie plane (Spes)
11. Faber Geometrie I, II (Klett; également trad. en français)
12. Favre-Jaquet-Morgenthaler Cours de math. I, II, III deg. inf. (DIP, Neuchâtel)
13. Frank u. a. Mathematik 12 (Volkseigener Verlag, Berlin)
14. Gnedenko-Khintchine Introd. à la théorie des probabilités (Dunod ; égal. trad. en allemand)
15. Goldberg Die Wahrscheinlichkeit (Vieweg)
16. Grimm-Rueff Analytische Geometrie, Leiffaden DMK (Orell-Füssli)
17. Haury-Lang-Olza Cours de mathématiques (II-VII) (Collège de Genève)
18. Ineichen Einführung in die elementare Statistik und Wahrscheinlichkeit (Räber)
19. Ineichen Arithmetik und Algebra (1, 2, 3) Sabe)
20. Jeger Konstruktive Abbildungsgeometrie (Räber)
21. Jeger-Ineichen Aufgaben zur Kombinatorik, Statistik und Wahrscheinlichkeitsrech nung DMK (Orell-Füssli)
22. Lambacher-Schweizer Analysis (Klett)
23. Lambacher-Schweizer Anal. Geometrie (Klett)
24. Laforgia Strutture. Testo di Matematica per la scuola media, 3 voll. (S.E.I., Torino)
25. Lorenz u. a. Mathematik 11 (Volkseigenerverlag, Berlin)
26. Olza-Calame Introduction à l'algèbre linéaire et applications à la géométrie. (Collège de Genève)
27. Olza-Pastori Cours de mathématiques VIII (Collège de Genève)
28. Olza-Pastori Analyse (Collège de Genève)
29. Richter Mathématiques modernes V (Analyse numérique) (Le Griffon)
30. Rossi-Dell'Acqua-F. Speranza Matematica, per il biennio delle scuole medie superiori. (I, II) (Zanichelli)

31. Sieber Math. Tafeln (Klett)
32. Spiegel Statistics (Schaum)
33. Suter Mathématiques modernes I, II (Le Griffon)
34. Tassone Strutture moderne dell'algebra, per il biennio delle scuole medie superiori (Lattes, Torino)
35. Villa Matematica moderna nella scuola media
Matematica moderna nelle scuole secondarie superiore. (Patron, Bologna)
36. Coll. P. Vissio Classes de 1ère et terminales (Delagrave)
37. Voellmy-Mautz Algebra, Leitfaden (II. Teil) DMK (Orell-Füssli)

Imprimerie Typoffset La Chaux-de-Fonds

Imprimé en Suisse Typoffset La Chaux-de-Fonds