

LP? LLL

KANTONSSCHULE WILLISAU MATURAPRÜFUNG	MATHEMATIK	KLASSEN 6A/6B/6C/6D/6E (ALT/GEH/SCB)	29.05. 2009	✓	
BEMERKUNGEN	<ul style="list-style-type: none"> Hilfsmittel sind das Tafelwerk und ein Taschenrechner. Auf einen vollständigen Lösungsweg und eine korrekte Notation wird Wert gelegt. Verwenden Sie für jede Aufgabe ein separates A4-Blatt Zeit: 180 Minuten 				
BEWERTUNG	1: 4/6/4 14	2: 3/4/5 12	3: 2/5/6/6 19	4: 3/3/3/5 14	5: 4/5 9 = 10 64

1. Analysis I

Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung: $f(x) = \frac{2-4x}{x^2}$.

- Bestimmen Sie den Definitionsbereich, die Nullstellen und die Asymptoten.
- Bestimmen Sie $f'(x)$, $f''(x)$ und berechnen Sie alle Extremal- und Wendepunkte. Skizzieren Sie den Graphen.
- Wo schneidet die Tangente an den Graphen durch den Punkt $P(-2/f(-2))$ die x -Achse?

2. Analysis II

Gegeben sind die Funktionen: $f: y = e^{0.5x}$, $g: y = x$.

- Der Graph von f wird an der Geraden g gespiegelt. Bestimmen Sie die Gleichung vom Spiegelbild h .
- Berechnen Sie die Koordinaten der beiden Punkte F und H mit den Eigenschaften:
 - $F \in f$ und $H \in h$
 - \overline{FH} minimal
- Der Graph von f und die Koordinatenachsen begrenzen im zweiten Quadranten eine Fläche G . Berechnen Sie das Volumen des Rotationskörpers, der entsteht, wenn die Fläche G um die x -Achse gedreht wird

3. Vektorgeometrie

Gegeben ist eine Pyramide mit einem Parallelogramm ABCD als Grundfläche. Dabei gilt: $A(0|-1/2)$, $C(-1|-2/2)$, $D(1|-1/0)$.

- Berechnen Sie die Strecken \overline{AD} und \overline{CD} .
- Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes B, den Winkel δ und den Inhalt der Grundfläche.
- Berechnen Sie die Koordinaten der Pyramidenspitze S, wenn die Pyramide ein Volumen von 4 hat und S auf der Geraden durch die Punkte $P(3/2/13)$ und $Q(1/0/15)$ liegt.
- Nehmen wir an, es gelte: $S(2/1/14)$.

Ein Strahl s durch den Punkt S hat den Richtungsvektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$.

s wird an der Ebene ACD reflektiert. Berechnen Sie den Reflexionspunkt P und den Richtungsvektor \vec{w} des reflektierten Strahls.

4. Wahrscheinlichkeitsrechnung

Ein Ikosaeder ist ein regelmässiger Körper, der von 20 gleichseitigen Dreiecken begrenzt wird.

Auf jedem Dreieck steht genau eine der natürlichen Zahlen von 1 bis 20.

- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei 4 Würfeln mit diesem Spielwürfel lauter verschiedene Zahlen geworfen werden.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei 4 Würfeln mit diesem Spielwürfel genau zwei gleiche Zahlen dabei sind.
- Wie oft müssen Sie den Spielwürfel werfen, bis Sie mit 99%-iger Sicherheit die Zahl 20 werfen? *mind. 1x*
- Sie werfen diesen Spielwürfel 20 Mal. Die Zufallsgrösse X ordnet jedem Ergebnis die Anzahl Würfe zu, bei denen die Zahl 12 erscheint. Berechnen Sie:
 - $E(X)$,
 - $P(x = 5)$,
 - $P(3 \leq x \leq 7)$

5. Unabhängige Kurzaufgaben

- I) In einer Bevölkerung haben 60% dunkle Haare und 20% haben helle Augen.
- a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Person sowohl helle Haare, als auch dunkle Augen hat, falls diese Merkmale unabhängig voneinander sind?
 - b) Statistische Experimente haben nun ergeben, dass die unter a) beschriebene Wahrscheinlichkeit in Wirklichkeit 0.3 beträgt. Wie gross ist in diesem Falle die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Person sowohl dunkle Haare, als auch dunkle Augen hat?
- II) Von einem geraden Kreiskegel sei die Mantellinie s ^{Längener} bekannt. Wie muss der Öffnungswinkel des Kegels gewählt werden, damit das Kegelvolumen maximal wird?