

**1. Teil: Kurzaufgaben ohne Taschenrechner.**

Einziges erlaubtes Hilfsmittel: Formelsammlung  
Richtzeit: ca. 100 Minuten

**Kurzaufgabe 1:** (3 Punkte)

Gegeben ist ein Dreieck ABC durch  $A(1|2|-2)$ ,  $B(0|5|0)$  und  $C(5|0|-2)$ . Berechne

- a) die Koordinaten des Schwerpunkts S,
- b) den Abstand des Schwerpunkts S vom Eckpunkt A.

**Kurzaufgabe 2:** (3 Punkte)

Gegeben ist der Punkt  $P(3|-1|2)$  und die Ebene  $\varepsilon : 2x - y + 2z + 7 = 0$ .

- a) Bestimme den Abstand des Punktes P von der Ebene  $\varepsilon$ .
- b) Spiegle den Punkt P an der Ebene  $\varepsilon$  und bestimme die Koordinaten des gespiegelten Punktes P'.

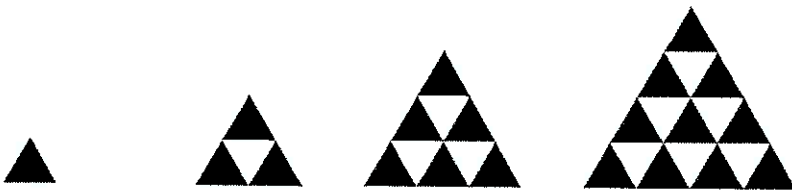
**Kurzaufgabe 3:** (3 Punkte)

Bestimme die Lösungsmenge der Gleichung  $2 \cdot \log_{10}(x+5) = 1 + \log_{10}(2x+10)$ .

(Grundmenge =  $\mathbb{R}$ )

**Kurzaufgabe 4:** (3 Punkte)

Gegeben sind die unten stehenden vier Figuren. Aus wie vielen schwarzen kleinen Dreiecken besteht die n-te Figur? (Begründe deine Antwort.)



**Kurzaufgabe 5:** (3 Punkte)

Ein Quadrat mit Seitenlänge  $s = 80$  cm wird durch eine Diagonale in zwei gleichschenklige Dreiecke zerlegt. Einem dieser Dreiecke wird das grösste Quadrat eingeschrieben, dessen Seiten zu den Seiten des ersten Quadrats parallel sind. Dieses Quadrat wird durch eine Diagonale wieder in zwei Dreiecke zerlegt usw. Der Zyklus wird beliebig oft fortgesetzt. Berechne die Summe der Flächeninhalte aller Quadrate.

**Kurzaufgabe 6:**

(3 Punkte)

Bestimme die erste Ableitung der Funktionen und vereinfache so weit als möglich.

a)  $f(x) = \sqrt{\sin(4x)}$

b)  $g(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 9}$

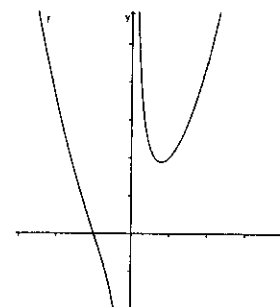
c)  $h(x) = x^3 \cdot \ln(x)$

**Kurzaufgabe 7:**

(4 Punkte)

Gegeben ist die Funktion  $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$ . (Siehe nebenan)

- Berechne den Schnittpunkt des Graphen von  $f$  mit der  $x$ -Achse.
- Berechne den Tiefpunkt des Graphen von  $f$  und
- bestimme die Gleichung der Tangente im Punkt  $P(1|y)$  an den Graphen von  $f$ .

**Kurzaufgabe 8:**

(4 Punkte)

Einer Kugel mit Radius  $R$  soll ein Zylinder mit möglichst grossem Volumen eingeschrieben werden. Bestimme dessen Höhe  $h$ .**Kurzaufgabe 9:**

(4 Punkte)

Der Graph einer Polynomfunktion dritten Grades hat bei  $A(0|0)$  und bei  $B(8|4)$  jeweils eine waagrechte Tangente.

- Bestimme die Funktionsgleichung,
- skizziere den Graphen und
- bestimme die Koordinaten des Punktes  $P(x|y)$  zwischen  $A$  und  $B$  auf dem Graphen der Funktion, in welchem der Graph der Funktion am steilsten verläuft.

## 2. Teil: Mit Taschenrechner.

Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner und Formelsammlung  
Jede Aufgabe soll auf einem neuen Blatt begonnen werden.  
Die Lösungswege sollen klar ersichtlich sein.  
Richtzeit: ca. 120 Minuten

### Aufgabe 10: zwei unabhängige Teilaufgaben

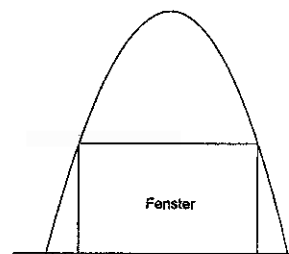
(10 Punkte)

- a) Diskutiere die Funktion  $f(x) = \frac{2x^3 + x^2 - 1}{x^2 - 1}$  möglichst ausführlich.

(mindestens: Definitionsbereich, Nullstellen, lokale und globale Extremstellen, Sattelpunkte, Wendepunkte, Polstellen, Asymptoten, Verhalten an den Rändern, Monotonie- und Krümmungsverhalten...)

- b) In eine parabelförmige Wand soll ein rechteckiges, bis zum Boden reichendes Fenster eingelassen werden. Die Wand ist am Boden  $B = 4\text{m}$  breit und an der höchsten Stelle  $H = 4\text{m}$  hoch.

- Welche Masse muss das Fenster haben, damit die Fensterfläche maximal wird? Wie gross ist diese maximale Fensterfläche?
- Die restliche Fläche der Wand soll gestrichen werden. Wie gross ist diese Fläche?



### Aufgabe 11

(10 Punkte)

Gegeben sind die Punkte  $A(1|1|1)$ ,  $B(3|3|1)$  und  $C(0|4|5)$  sowie die Gerade

$$g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 13 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 17 \end{pmatrix}.$$

- Zeige, dass das Dreieck ABC gleichschenkelig ist.
- Bestimme die Koordinatengleichung der Ebene  $\varepsilon$  durch die Punkte A, B und C.
- Das Dreieck ABC bildet die Grundfläche einer Pyramide mit Spitze  $S(6|-2|8)$ . Berechne ihr Volumen.
- Die Pyramide ist symmetrisch zu einer Ebene  $\mu$ . Bestimme die Koordinatengleichung von  $\mu$ .
- Spiegle die Gerade g an der Ebene  $\varepsilon$  und bestimme die Gleichung der gespiegelten Geraden g'.

## Aufgabe 12

(10 Punkte)

Wirtschaftspolitiker wünschen sich im Allgemeinen eine möglichst grosse Wachstumsrate für die Wirtschaft ihres Landes. Folgende Angaben wurden im Internet gefunden: ([www.wikipedia.org](http://www.wikipedia.org) vom 25.5.09, lt. Angabe Daten vom IWF) Das Bruttoinlandsprodukt (BIP) der Schweiz betrug im Jahr 2008 336 Mrd. Euro. Die Wachstumsrate betrug im selben Jahr 1,9%. Die Schweiz hatte 7,7 Mio. Einwohner. Im selben Jahr 2008 lebten in China 1,32 Mrd. Menschen, das BIP betrug 4319 Mrd. US Dollar und die Wachstumsrate betrug 9,0%. Um Vergleiche anstellen zu können, werden folgende Wechselkurse zu Grunde gelegt: 1 Euro = 1,40 US Dollar und 1 SFR = 0,65 Euro.

Es wird (sicherlich etwas utopisch) angenommen, dass sich die jährlichen Wachstumsraten sowohl der Schweiz als auch Chinas in den nächsten 100 Jahren nicht verändern werden. Die Wachstumsrate der Bevölkerung soll der Einfachheit halber ausser Acht gelassen werden.

Grosse Zahlen sollen in Zehnerpotenzschreibweise angegeben werden.

- a) Wie gross war das BIP pro Kopf in der Schweiz und wie gross in China im Jahr 2008 ausgedrückt in Schweizer Franken.
- b) In welchem Jahr wird das BIP pro Kopf in China erstmals so gross sein wie das BIP pro Kopf in der Schweiz.
- c) In welchem Jahr wird das BIP pro Kopf in China erstmals grösser als 10 Mio. Franken sein?
- d) In welchem Verhältnis stehen in dem unter c) berechneten Jahr die BIP pro Kopf Werte Chinas und der Schweiz?
- e) Wie gross wird die Gesamtsumme aller Bruttoinlandsprodukte der Schweiz vom Jahr 2008 bis inklusive dem Jahr 2057 sein?

**Viel Erfolg!**