

Kantonsschule Musegg

Fach	Grundlagenfach Mathematik
Prüfende Lehrpersonen	Thomas Bachmann, Renato Bernardinis, Franz Meier
Klassen	G4abcde
Prüfungsdatum	28. Mai 2009 ✓
Prüfungsdauer	3 Stunden ? ?
Erlaubte Hilfsmittel	Formelsammlung, Taschenrechner (nur 2. Teil)
Anweisungen zur Lösung der Prüfung	
Anzahl erreichbarer Punkte	Aufgabe 1: 8 Aufgabe 2: 8 Aufgabe 3: 8 Aufgabe 4: 8 Aufgabe 5: 8 Total: 40 37 der möglichen 40 Punkte ergeben die Note 6.
Anzahl Seiten (inkl. Titelblatt)	4

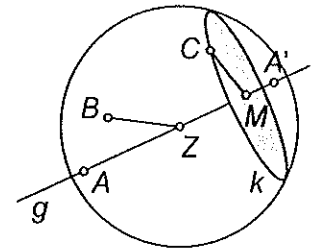
Kurzzeitgymnasium Musegg

Matura 2009
Mathematik 1. Teil
ohne Taschenrechner

- Die Aufgaben müssen sauber dargestellt werden.
- Der Lösungsweg muss klar ersichtlich sein.
- Jede richtig gelöste Aufgabe ergibt 8 Punkte.
- Erlaubte Hilfsmittel: Formelsammlung (kein Taschenrechner)
- Zeit: 75 Minuten

Aufgabe 1 (Vektorgeometrie)

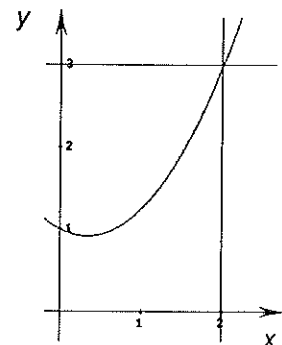
Der Punkt $A = (-2/3 | -4)$ liegt auf der Oberfläche einer Kugel mit dem Zentrum $Z = (1 | -3/2)$.



- a) [2] Für welche $x \in \mathbb{R}$ liegt der Punkt $B = (x | -9/5)$ auf der Kugeloberfläche?
- b) [1.5] Die Punkte A und Z liegen auf einer Geraden g.
- b₁) Die Gerade g durchstösst die Kugeloberfläche im gegebenen Punkt A. Es gibt noch einen weiteren Punkt, bei dem die Gerade g die Kugeloberfläche durchstösst. Wir bezeichnen ihn mit A'. Bestimmen Sie die Koordinaten von A'.
 - b₂) Bestimmen Sie eine Parametergleichung der Geraden g?
- c) [4.5] Auf der Kugeloberfläche liegt auch der Punkt $C = (1/6 | 2)$. Wir lassen nun die Kugel um die oben genannte Gerade g rotieren (die Gerade g lässt sich also mit der Drehachse der Erde vergleichen).
- c₁) Bestimmen Sie den Radius r des Kreises k, den der Punkt C dabei beschreibt (Hinweis: Der Radius r ist der Abstand des Punktes C von der Geraden g).
 - c₂) Der Kreis k, auf dem der Punkt C rotiert, liegt in der Ebene E. Geben Sie eine Koordinatengleichung der Ebene E an.
 - c₃) Der Kreis k, auf dem der Punkt C rotiert, hat das Zentrum M. Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes M.

Aufgabe 2 (Differenzial- und Integralrechnung)

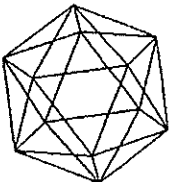
- a) [4] Das Rechteck mit den Ecken $(0/0)$, $(2/0)$, $(2/3)$, $(0/3)$ soll durch den Graphen einer quadratischen Funktion in zwei Teile gleichen Inhalts geteilt werden. Dabei soll der Graph der quadratischen Funktion durch die Punkte $(0/1)$ und $(2/3)$ gehen (siehe Figur rechts). Bestimmen Sie die Funktionsgleichung dieser quadratischen Funktion.
- b) [4] Das Volumen eines geraden Kreiskegels beträgt $\frac{1}{3}\pi$. Wie hoch ist er, wenn seine Mantelfläche minimalen Inhalt hat?



Matura 2009
Mathematik 2. Teil
mit Taschenrechner

- Die Aufgaben müssen sauber dargestellt werden.
- Der Lösungsweg muss klar ersichtlich sein.
- Jede richtig gelöste Aufgabe ergibt 8 Punkte.
- Erlaubte Hilfsmittel: Formelsammlung und Taschenrechner
- Zeit: 105 Minuten

Aufgabe 3 (Wahrscheinlichkeit und Kombinatorik)

- a) [2] Ein gewöhnlicher Würfel mit den Augenzahlen 1 bis 6 wird fünfmal geworfen.
- a₁) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird zweimal eine 5, zweimal eine 4 und einmal eine 3 geworfen?
- a₂) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird mindestens eine 6 geworfen?
- b) [4] Ein Körper, dessen Oberfläche aus 20 gleichseitigen Dreiecken zusammengesetzt ist, heisst reguläres Ikosaeder (vgl. Skizze). Zehn seiner Flächen sollen die Ziffer 1, vier die Ziffer 2 und von den restlichen sechs je zwei die Ziffer 3, 4 bzw. 5 tragen. Wir benützen das Ikosaeder wie einen Würfel. Als geworfen gilt die Augenzahl, auf der das Ikosaeder liegt.
- 
- Das Ikosaeder wird fünfmal nacheinander geworfen und die geworfene Augenzahl nach jedem Wurf notiert. Auf diese Weise entsteht eine fünfstellige Zahl.
1. *Beispiel:* 1, 4, 5, 1, 2 → 14512; 2. *Beispiel:* 5, 4, 1, 1, 2 → 54112.
- b₁) Wie viele verschiedene Zahlen können auftreten?
- b₂) Mit welcher Wahrscheinlichkeit tritt die Zahl 11223 auf?
- b₃) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass alle Ziffern der Zahl identisch sind?
- b₄) Mit welcher Wahrscheinlichkeit tritt eine Zahl mit fünf verschiedenen Ziffern auf?
- c) [2] Das Ikosaeder tritt nun in einem Wettkampf gegen den gewöhnlichen Würfel an. Beide werden einmal geworfen. Die höhere der beiden geworfenen Augenzahlen gewinnt.
- c₁) Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt das Ikosaeder?
- c₂) Damit das Ikosaeder eine grössere Gewinnwahrscheinlichkeit erhält, werden einige Flächen mit der Ziffer 1 neu mit der Ziffer 5 beschriftet. Wie viele 1er-Flächen müssen umbeschriftet werden, damit die Gewinnwahrscheinlichkeit für das Ikosaeder neu $\frac{1}{4}$ beträgt?

Aufgabe 4 (exponentielles Wachstum, Folgen und Reihen)

- a) [5] In einem See wachsen 2 Algenarten. Heute bedeckt Algenart A 30 m^2 , Algenart B 160 m^2 der Seeoberfläche.
- a₁) Die Algenart A wächst jede Woche um 25% an. Wie gross ist die von A bedeckte Fläche in 5 Wochen?
- a₂) Algenart B verdoppelt sich alle 4 Wochen.
- a₂₁) Bestimmen Sie die Gleichung der Funktion, welche die von der Algenart B bedeckte Fläche in Abhängigkeit der Zeit (in Wochen) beschreibt.
- a₂₂) Wann beträgt die von B bedeckte Fläche 1000 m^2 ?
- a₃) Wann bedecken A und B eine gleich grosse Fläche des Sees?
- b) [3] Muriel trainiert in den Sommerferien für einen Halbmarathon. Am ersten Ferientag läuft sie 500 m, am zweiten läuft sie die doppelte Strecke, am dritten das Dreifache des ersten Tages etc.
- b₁) Welche Strecke läuft Muriel am 12. Ferientag?
- b₂) Gesamthaft läuft Muriel in den Sommerferien 315 km. Wie viele Wochen dauern Muriels Sommerferien?

Aufgabe 5 (Kurzaufgaben)

- a) [2] In einer Geschirrspülmaschine können 18 Teller hintereinander eingefüllt werden.
- a₁) Auf wie viele Arten lassen sich 4 Suppenteller, 5 grosse Teller, 3 mittlere Teller und 6 kleine Teller in die Geschirrspülmaschine einfüllen?
- a₂) Auf wie viele Arten lassen sich 4 Suppenteller, 5 grosse Teller, 3 mittlere Teller und 6 kleine Teller in die Geschirrspülmaschine einfüllen, falls die Teller der gleichen Sorte nebeneinander stehen sollen?
- b) [3] Von 6 Skispringern der gleichen Grösse werden das Gewicht und die beste Weite bei einem Wettkampf gemessen:

Gewicht (in kg)	68	57	62	55	64	58
beste Weite (in m)	107	119.5	115	123.5	109	120

- b₁) Ermitteln Sie die Gleichung der Regressionsgeraden und beurteilen Sie die Güte des linearen Zusammenhangs.
- b₂) Welche Bestweite kann man von einem Skispringer mit 50 kg Körpergewicht erwarten?
- b₃) Die Bestweite eines Springers beträgt 100 m. Welches Gewicht kann man erwarten?
- c) [3] Eine Kugel mit Radius 2 cm wird symmetrisch durchbohrt (siehe Figur rechts). Die Bohrung hat einen Durchmesser von 2 cm. Berechnen Sie das Volumen der durchbohrten Kugel.
(Die Gleichung eines Kreises in der (x, y) -Ebene mit Zentrum im Ursprung und Radius r lautet $x^2 + y^2 = r^2$.)

