

Klasse 4C

 Mathematik
 schriftlich

Yvonne Leisibach-Binding

Bemerkungen:

- * Erlaubte Hilfsmittel: Formelbuch und nicht programmierbarer Taschenrechner.
- * Pro Aufgabe ist eine neue Seite anzufangen.
- * Die Note berechnet sich aus $1 + 0.1 \times (\text{Anzahl Punkte})$ und wird auf halbe Noten gerundet.

A. Kurzaufgaben

1. a) Bestimme alle Lösungen:

$$a_1) e^{2x} + e^x - 1 = 0$$

$$a_2) \ln x + \ln(2x) = 3$$

$$a_3) x^3 - 2x^2 - 3x + 6 = 0$$

(3)

b) Leite einmal ab und fasse zusammen:

$$b_1) f(x) = \sin^2\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$b_2) f(x) = \frac{\cos x}{x^2}$$

(2)

 c) Bestimme eine zur y-Achse symmetrische ganzrationale Funktion 4. Grades, welche die x-Achse in $P(2/0)$ unter einem 45° -Winkel schneidet und für $x=1$ einen Wendepunkt hat.

(2)

 d) Gegeben ist das Viereck $A(-1/-1/1)$, $B(3/0/-5)$, $C(1/2/-7)$, $D(-1/1/-3)$.

 d₁) Zeige, dass es sich um ein ebenes Viereck handelt.

(1)

 d₂) Berechne seinen Winkel α .

(1)

 d₃) Berechne seinen Flächeninhalt.

(2)

 e) Die Gewichte von Schokoladentafeln seien normalverteilt mit $\mu = 100\text{g}$ und $\sigma = 1.5\text{g}$.

 e₁) Wie viel Prozent der Tafeln wiegen zwischen 99g und 101g?

(2)

 e₂) Wie gross ist eine Toleranzabweichung d , so dass 98% der Tafeln im Toleranzintervall $[\mu - d, \mu + d]$ liegen?

(2)

 e₃) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass von 100 Tafeln genau 2 nicht im Toleranzintervall liegen?

(2)

Klasse 4C

Mathematik
schriftlich

Yvonne Leisibach-Binding

B. Analysis

2. Gegeben ist die Funktion $f(x) = \sqrt{4-x}$.

- a) Gib die Definitionsmenge an und skizziere die Funktion.
Bestimme die Gleichungen der Normalen n_1 und n_2 zu $f(x)$ in den Punkten $P_1(1/?)$ und $P_2(3/?)$. (2)
- b) Sei $Q(0/q)$ der Schnittpunkt einer Normalen zu $f(x)$ mit der y-Achse.
Bestimme den minimalen Wert von q , d.h. den y-Wert des tiefst möglichen Schnittpunkts mit der y-Achse. (3)
- c) Berechne den Inhalt der Fläche zwischen $f(x)$, der x-Achse und der y-Achse.
Welche Gerade $x = u$ halbiert diese Fläche? (2)
- d) Welche Parabel $y = px^2$ schneidet $f(x)$ in einem rechten Winkel?
Bestimme den Wert von p und die Koordinaten des Schnittpunkts. (3)

3. Gegeben ist die Funktionenschar $f_t(x) = \frac{2x^2 + tx - 1}{1 - x - x^2}$, $t \in \mathbb{R}$

- a) Bestimme die Definitionsmenge, Pole und Nullstellen der Funktion. (2)
- b) Bestimme die waagrechte Asymptote der Funktion und skizziere die Funktion für $t = 1$. (2)
- c) Bestimme t so, dass der Steigungswinkel im Schnittpunkt mit der y-Achse 10° beträgt. (2)
- d) Bestimme t so, dass der Abstand der Nullstellen 2 beträgt. (2)
- e) Wie gross ist der minimale Abstand der Nullstellen? (2)

Klasse 4C

Mathematik
schriftlich

Yvonne Leisibach-Binding

C. Vektorgeometrie

4. Gegeben sind die Geraden $g: \vec{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ und $h: \vec{r} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

a) Beweise, dass g und h windschief sind. (2)

b) Bestimme die Koordinatengleichung einer Ebene E , die g enthält und parallel zu h verläuft. Welchen Winkel schliesst E mit der x -Achse ein? (2)

Eine Transversale zwischen g und h ist eine Gerade, die g und h verbindet.
Zu jeder gesuchten Transversalen ist ihr Punkt P_1 auf g und ihr Punkt P_2 auf h ,
sowie die Länge $|\overline{P_1P_2}|$ anzugeben.

c) Bestimme diese Werte zur Transversalen, die parallel zur z -Achse verläuft. (2)

d) Bestimme diese Werte zur derjenigen, zur Grundrissebene parallelen Transversalen
mit dem kürzesten Transversalenabschnitt $|\overline{P_1P_2}|$.

Vergleiche zur Probe diese Länge mit der Länge des kürzesten Transversalenabschnitts
überhaupt. (4)

D. Stochastik

5. a) Betrachte $(a + b)^n$.

Wie gross sind die Koeffizienten von $a^2 b^x$ für $n = 3, 4, 5, 6$?

Gib eine Formel für beliebiges n an. Ab welchem n wird dieser Koeffizient grösser als 1000? (2)

b) Betrachte $(a + b + c)^n$.

Wie gross sind die Koeffizienten von $a^2 b^x c^y$ für $n = 3, 4, 5, 6$?

Gib eine Formel für beliebiges n an. (2)

c) Wie viele Summanden hat $(a_1 + a_2)^2, (a_1 + a_2 + a_3)^3, (a_1 + a_2 + a_3 + a_4)^4$?

Gib eine Formel für die Anzahl Summanden X_n von $(a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n)^n$ an. (3)

d) Berechne die Quotienten $Q_n = \frac{X_n}{X_{n-1}}$ für $n = 3, 4, 5, 6$.

Gib eine Formel für Q_n an und bestimme $\lim_{n \rightarrow \infty} Q_n$. (3)

Klasse 4C

Mathematik
mündlich

Yvonne Leisibach-Binding

I VEKTORGEOMETRIE

1. Vektoren im 2- und 3-dim. Raum.
2. Koordinatengleichung der Ebene.
3. Skalarprodukt: Winkelberechnung.
4. Vektorprodukt: Flächenberechnung, Normalvektoren.
5. Parametergleichung der Gerade.
6. Die HNF und ihre Anwendungen.

II ANALYSIS

7. Numerische und algebraische Lösung von Gleichungen
8. Ganze und gebrochen rationale Funktionen.

Differentialrechnung

9. Begriff der Ableitung (Tangenten, Normale, Steigungswinkel).
10. Ableitungsregeln: Produkt-, Quotienten-, Kettenregel.
11. Höhere Ableitungen und ihre Bedeutung.
12. Extremwertaufgaben.
13. Ableitung von Polynomen, trigonometrischen Funktionen, Exponential- und Log.-Funktionen.
14. Umkehrfunktionen und ihre Ableitungen.

Integralrechnung

15. Bestimmtes und unbestimmtes Integral.
16. Integrationsregeln.
17. Flächenberechnung und Flächenextrema.
18. Drehkörpervolumen (Rotation um x- und y-Achse).
19. Uneigentliche Integrale.

III STOCHASTIK

20. Mittelwert, Varianz und Streuung.
21. Relative Häufigkeiten und Begriff der Wahrscheinlichkeit.
22. Unabhängige und bedingte Wahrscheinlichkeiten.
23. Wahrscheinlichkeitsalgebra (Addition und Multiplikation von Wahrscheinlichkeiten).
24. Permutationen, Kombinationen.
25. Binomische Verteilung, der binomische Lehrsatz.
26. Normalverteilung.