

Fachschaft Mathematik

Alte Kantonsschule Aarau

**L E H R P L A N
M A T H E M A T I K
M A R**

Aarau, 10. September 1999

MATHEMATIK

Allgemeine Bildungsziele

- Der Mathematikunterricht schult das exakte Denken und das Abstraktionsvermögen. Er erzieht zu Genauigkeit, präzisiert Sprachgebrauch und Objektivität. Er stärkt das Durchhaltevermögen und regt die Kreativität an. Der Mathematikunterricht fördert dadurch das Vertrauen ins eigene Denken und die Eigenständigkeit im Urteil.
- Die Mathematik ist ein wesentliches Instrument zur Beschreibung naturwissenschaftlicher Vorgänge. Sie hat entscheidenden Anteil bei der Gewinnung von Kenntnissen über unsere Umwelt. Mit dem im Mathematikunterricht erarbeiteten intellektuellen Instrumentarium wird eine vertiefte Einsicht in die Naturwissenschaften und damit in einen Teil unserer Welt möglich.
- Der Umgang mit der Ideenwelt und der Geschichte der Mathematik macht bewusst, zu welchen grossen gedanklichen Leistungen, ohne Nützlichkeitsdenken und Spekulation, der Mensch fähig ist. Der Mathematikunterricht schult dadurch den Sinn für Ästhetik und weckt Freude an geistiger Arbeit.
- Der Mathematikunterricht legt Grundlagen und fördert Fertigkeiten und Haltungen, die für naturwissenschaftliche, technische und zunehmend auch für wirtschafts- und sozialwissenschaftliche Studiengänge Voraussetzung sind. Er weckt Interesse und erzeugt Verständnis für Technik und Naturwissenschaft.

MATHEMATIK als Grundlagenfach

Richtziele

Kenntnisse

- Die mathematischen Grundbegriffe, Ergebnisse und Methoden der elementaren Algebra, Analysis, Geometrie und Stochastik kennen.
- Typische Anwendungen der Mathematik in anderen Gebieten kennen.

Fertigkeiten

- Die Fach- und Formelsprache sowie wichtige Rechentechniken beherrschen.
- Probleme erfassen, mathematisieren und lösen.
- Mathematische Sachverhalte mündlich und schriftlich korrekt darstellen.
- Elementare Beweismethoden anwenden.
- In einfachen Fällen Probleme der Wirklichkeit mit einem mathematischen Modell beschreiben.
- Hilfsmittel und Fachliteratur zweckmässig einsetzen.

Haltungen

- Der Mathematik positiv begegnen, offen sein für die spielerische und ästhetische Komponente mathematischen Tuns.
- Bereit sein, mathematische Probleme zu erkennen und mit Einfallsreichtum, Beharrlichkeit und Selbstvertrauen zu lösen.
- Offen sein für Verbindungen zu anderen Fachbereichen, in denen mathematische Begriffsbildungen und Methoden nutzbringend sind.

Mathematik	Grundlagenfach	1./2. Jahr
<p>Grobziele:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Das Rechnen mit Wurzeln und Potenzen beherrschen. - Lineare Gleichungssysteme mit verschiedenen Methoden lösen. - Strahlensätze und Ähnlichkeit verstehen und anwenden. - Mit linearen Funktionen umgehen. - Trigonometrische Berechnungen an beliebigen Dreiecken durchführen. - Quadratische Gleichungen lösen. - Mit den Grundlagen der analytischen Geometrie vertraut sein. - Quadratische Funktionen verstehen und anwenden. - Exponential- und Logarithmusfunktionen und deren Anwendungen kennen. - Gleichungen höheren Grades lösen. - Mit Winkelfunktionen vertraut sein. - Mit Folgen und Reihen umgehen. - Hilfsmittel sinnvoll einsetzen. 		
<p>Lerninhalte:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Wurzeln, reelle Zahlen, Potenzen mit ganzzahligen und rationalen Exponenten, [Stellenwertsysteme] - Lineare Gleichungssysteme mit zwei und mehr Variablen, Probleme, die auf lineare Gleichungssysteme führen - Strahlensätze, zentrische Streckung, Ähnlichkeit und Ähnlichkeitsbeweise - Funktionsbegriff, lineare Funktionen, Geradengleichung in Hauptform - Winkelfunktionen, Sinus- und Kosinussatz, Berechnungen am rechtwinkligen und allgemeinen Dreieck - Lösungsformel für die quadratische Gleichung, der Begriff der komplexen Zahl, Satz von Vieta, Probleme, die auf quadratische Gleichungen führen - Vektoren, Vektoroperationen, Skalarprodukt, Geradendarstellungen in der Ebene - Parabel, quadratische Ungleichungen, Parabel und Gerade, [Extremalaufgaben, Geometrie der Parabel] - Graphen und Eigenschaften von Exponential- und Logarithmusfunktionen, Wachstums- und Zerfallsvorgänge - Nullstellen von Polynomen - Graphen und Eigenschaften der Winkelfunktionen, goniometrische Gleichungen, Additionstheoreme, [harmonische Schwingungen] - Geometrische und arithmetische Folgen, Anwendungen in der Finanzmathematik - Taschenrechner, Fachliteratur 	<p>Querverbindungen</p> <p>Physik: geometrische Optik, Mechanik, Radioaktivität</p> <p>Informatik</p> <p>Biologie: Wachstumsvorgänge</p> <p>Geographie: Vermessung, Navigation</p> <p>Ökonomie: lineare Optimierung, Finanzmathematik</p> <p>Philosophie</p>	
<p>Didaktisch – methodische Hinweise:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Die in eckigen Klammern aufgeführten Lerninhalte sind optional. 		

Mathematik	Grundlagenfach	3./4. Jahr
<p>Grobziele:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Die Methoden der analytischen Geometrie auf den Kreis anwenden. - Grundlegende Kenntnisse der Differentialrechnung haben. - Die Grundbegriffe der Integralrechnung kennen. - Die Methoden der analytischen Geometrie im Raum anwenden. - Vertraut sein mit der Wahrscheinlichkeitstheorie. 		
<p>Lerninhalte:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Kreisgleichungen, Schnittprobleme, Kegelschnitte in Hauptlage - Grenzwertbegriff, Tangentenproblem und Ableitungsbegriff, Ableitung verschiedener Funktionenklassen, Ableitungsregeln, Kurvendiskussion, Extremalprobleme - Riemannsummen und bestimmtes Integral, Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung, Volumina von Rotationskörpern, Integrationsmethoden - Begriff des Vektorprodukts, Ebene, Gerade, Kugel - Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitstheorie, Gleichverteilung, Kombinatorik, Binomialverteilung, bedingte Wahrscheinlichkeit, [diskrete und stetige Zufallsvariablen] 	<p>Querverbindungen</p> <p>Physik: Geschwindigkeitsbegriff, Arbeitsbegriff, Trägheitsmoment, Lorentzkraft, Drallsatz, Quantenmechanik</p> <p>Biologie: Vererbungslehre, Evolution</p> <p>Ökonomie: Änderungsraten, Spieltheorie</p>	
<p>Didaktisch – methodische Hinweise:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Im vierten Gymnasialjahr wird die Differential- und Integralrechnung sowohl im Schwerpunkt P+AM als auch im Ergänzungsfach M vertiefend behandelt. Im Hinblick darauf ist es erforderlich, dass die Grundlagen dazu bis Ende des dritten Jahres erarbeitet sind. 		

MATHEMATIK als Akzentfach

Allgemeine Bildungsziele

- Der Unterricht im Akzentfach Mathematik orientiert sich an den Bildungszielen des Grundlagenfachs Mathematik. Er vermittelt eine vertiefende Zusatzbildung.
- Das Akzentfach Mathematik ist zusammen mit den beiden Grundlagenfächern Mathematik und Physik Basis für den weiterführenden Unterricht im Schwerpunktfach Physik und Anwendungen der Mathematik. Das Akzentfach Mathematik bringt aber auch Vorteile für Studierende, die später als Schwerpunktfach Biologie und Chemie oder Wirtschaft und Recht wählen.
- Der Unterricht vermittelt mathematische Methoden und Denkweisen, die in Naturwissenschaften, Technik und Wirtschaft von Bedeutung sind, und erhält dadurch einen anwendungsorientierten Charakter.

Richtziele

Kenntnisse

- Mit den Regeln logischen Schliessens und grundlegenden Begriffsbildungen der Mathematik vertraut sein.
- Sich in Darstellungsmethoden und Analyse von ebenen und räumlichen Situationen auskennen.
- Die Bedeutung von mathematischen Modellen kennen.
- Methoden zur Untersuchung von Messwerten kennen.

Fertigkeiten

- Mit der Sprache der Mathematik gewandt umgehen.
- Ebene und räumliche Situationen auf verschiedene Arten darstellen.
- Probleme aus verschiedenen Bereichen (Naturwissenschaft, Technik, Wirtschaft) mit mathematischen Modellen darstellen und analysieren.
- Statistische Daten erheben, darstellen, auswerten und interpretieren.
- Informationstechnische Hilfsmittel zur Problemlösung einsetzen.

Haltungen

- Sich während längerer Zeit selbständig, beharrlich und kritisch einer mathematischen Arbeit widmen.
- Bereit sein, Probleme im Team zu lösen.
- Interesse zeigen für die Mathematik in angewandten Bereichen wie Naturwissenschaften, Technik und Wirtschaft.
- Methoden und Ergebnisse kritisch hinterfragen.
- Offen sein für die Verwendung der zur Verfügung stehenden Hilfsmittel.

Mathematik	Akzentfach	1./2. Jahr
<p>Grobziele:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Darstellungsverfahren im Raum kennen. - Mit den Grundlagen der Logik vertraut sein. - Einige Grundlagen der beschreibenden Statistik kennen. - Über vertiefte Kenntnisse in Elementargeometrie verfügen. - Algorithmen entwickeln und in eine Programmiersprache übersetzen. - Mit Ungleichungen umgehen. - Kenntnisse in elementarer Zahlentheorie haben. 		
<p>Lerninhalte:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Darstellung von Geraden und Ebenen und Körpern im Raum, metrische Probleme, konstruktive Verfahren zur Lösung von räumlichen Problemen - Grundbegriffe der Aussagenlogik, Beweisverfahren - Darstellung und Bearbeitung von Datenmengen - Ähnlichkeit am Kreis, harmonische Teilung, Kreis des Apollonius, Kongruenz- und Ähnlichkeitsabbildungen - Kombinatorische, numerische und probabilistische Algorithmen, eine höhere Programmiersprache - Äquivalenzumformungen bei Ungleichungen, quadratische und lineare Ungleichungen auch mit mehreren Variablen - Teilbarkeitsrelation, ggT und kgV, Primzahlen, Kongruenzen 	<p>Querverbindungen</p> <p>Physik: geometrische Optik, Schaltalgebra</p> <p>Biologie: Evolution</p> <p>Architektur und Technik</p> <p>Ökonomie: Datenverschlüsselung, Prüfziffern</p> <p>Philosophie</p> <p>Kunst: goldener Schnitt, Perspektive</p>	
<p>Didaktisch – methodische Hinweise:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Der Unterricht im Akzentfach Mathematik bietet die Möglichkeit, sich ausdauernd und intensiv mit mathematischen Fragestellungen auseinanderzusetzen. Bei Schülern und Schülerinnen ist dabei ein hohes Mass an Eigentätigkeit anzustreben. - Der weiterführende Unterricht im Schwerpunktfach P+AM baut sowohl auf den in den Grundlagenfächern Mathematik und Physik als auch auf den im Akzentfach Mathematik oder Mathematik Zusatz erworbenen Kenntnissen auf. - Durch den Umstand, dass der Grundlagenfach- und Akzentfachunterricht in der Regel durch dieselbe Lehrkraft erteilt werden, ist gewährleistet, dass Querverbindungen zwischen verschiedenen Wissensbereichen der Mathematik genutzt werden. Es besteht Freiraum für die vertiefte Behandlung von Themen aus dem Grundlagenfachunterricht. 		

Mathematik Zusatz	Freifach	1./2. Jahr
<p>Grobziele:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Darstellungsverfahren im Raum kennen. - Mit den Grundlagen der Logik vertraut sein. - Einige Grundlagen der beschreibenden Statistik kennen. - Über vertiefte Kenntnisse in Elementargeometrie verfügen. - Algorithmen entwickeln und in eine Programmiersprache übersetzen. - Mit Ungleichungen umgehen. - Kenntnisse in elementarer Zahlentheorie haben. 		
<p>Lerninhalte:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Darstellung von Geraden und Ebenen und Körpern im Raum, metrische Probleme, konstruktive Verfahren zur Lösung von räumlichen Problemen - Grundbegriffe der Aussagenlogik, Beweisverfahren - Darstellung und Bearbeitung von Datenmengen - Ähnlichkeit am Kreis, harmonische Teilung, Kreis des Apollonius, Kongruenz- und Ähnlichkeitsabbildungen - Kombinatorische, numerische und probabilistische Algorithmen, eine höhere Programmiersprache - Äquivalenzumformungen bei Ungleichungen, quadratische und lineare Ungleichungen auch mit mehreren Variablen - Teilbarkeitsrelation, ggT und kgV, Primzahlen, Kongruenzen 	<p>Querverbindungen</p> <p>Physik: geometrische Optik, Schaltalgebra</p> <p>Biologie: Evolution</p> <p>Architektur und Technik</p> <p>Ökonomie: Datenverschlüsselung, Prüfziffern</p> <p>Philosophie</p> <p>Kunst: goldener Schnitt, Perspektive</p>	
<p>Didaktisch – methodische Hinweise:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Der Unterricht in Mathematik Zusatz bietet die Möglichkeit, sich ausdauernd und intensiv mit mathematischen Fragestellungen auseinanderzusetzen. Bei Schülern und Schülerinnen ist dabei ein hohes Mass an Eigenständigkeit anzustreben. - Der weiterführende Unterricht im Schwerpunktfach P+AM baut sowohl auf den in den Grundlagenfächern Mathematik und Physik als auch auf den im Akzentfach Mathematik oder Mathematik Zusatz erworbenen Kenntnissen auf. - Es besteht Freiraum für die vertiefte Behandlung von Themen aus dem Bereich des Grundlagenfachs. 		

PHYSIK UND ANWENDUNGEN DER MATHEMATIK

Allgemeine Bildungsziele

- Der Unterricht im Schwerpunktfach Physik und Anwendungen der Mathematik orientiert sich an den Bildungszielen der Grundlagenfächer Physik und Mathematik und des Akzentfachs Mathematik. Er vermittelt eine umfassende und vertiefende Zusatzbildung.
- Die Mathematik ist das Fundament jeder naturwissenschaftlichen Begriffsbildung. In der Physik und auch in anderen Wissenschaften werden mathematische Begriffe als wesentliches Erkenntnisinstrumentarium eingesetzt. Das äusserst erfolgreiche Zusammenspiel zwischen der sich an der realen Welt orientierenden Physik und der geistigen Welt der Mathematik steht im Zentrum des Schwerpunktfachs P+AM. Es wird dadurch das Verständnis für die Mechanismen wissenschaftlicher Erkenntnisgewinnung gefördert.
- Der Unterricht im Schwerpunktfach Physik und Anwendungen der Mathematik bildet zusammen mit dem Unterricht in den Grundlagenfächern und im Akzentfach Mathematik eine solide Basis für weiterführende Ausbildungen in Bereichen, in denen mathematische Begriffe und naturwissenschaftliches Denken wesentliche Bedeutung haben.

Richtziele

Kenntnisse

- Vertraut sein mit jenem Teil der mathematischen Begriffswelt, der auf naturwissenschaftliche Erkenntnisgewinnung ausgerichtet ist.
- Erweitertes und vertieftes Wissen in ausgewählten Gebieten der Physik haben.
- Über breite Kenntnisse in der Geometrie und über ein gutes Vorstellungsvermögen verfügen.
- Die Mechanismen wissenschaftlicher Modellbildung verstehen.

Fertigkeiten

- Problemen der Wirklichkeit ein begriffliches Abbild zuordnen und die denotwendigen Folgerungen dieses Abbildes mit den Ausgangsproblemen in Beziehung bringen.
- Mit der mathematischen und physikalischen Fach- und Formelsprache geschickt umgehen.
- Selbständig physikalische Experimente durchführen.
- Hilfsmittel gewandt und zweckmässig einsetzen.

Haltungen

- Sich am gedanklichen Durchdringen und Verstehen von Phänomenen der Wirklichkeit freuen.
- Interesse zeigen für die Methoden der Mathematik in angewandten Bereichen.
- Bereit sein, sich selbständig und beharrlich mit mathematischen und physikalischen Fragestellungen auseinanderzusetzen.

Physik und Anwendungen der Mathematik	Schwerpunktfach	3./4. Jahr
<p>Grobziele:</p> <p>Bereich Mathematik:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Mit komplexen Zahlen arbeiten. - Numerische Methoden kennen und mit Mathematiksoftware umgehen. - Lineare und affine Abbildungen verstehen und anwenden. - Kegelschnitte gründlich verstehen. - Fortgeschrittene Kenntnisse der Differential- und Integralrechnung haben und deren Anwendungen kennen. - Vertiefte Kenntnisse in analytischer Geometrie und elementare Kenntnisse in Differentialgeometrie haben. 		
<p>Lerninhalte:</p> <p>Bereich Mathematik:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Rechenoperationen und ihre geometrische Interpretation, algebraische Gleichungen mit komplexen Koeffizienten, komplexe Abbildungen - Gauss-Elimination, Iterationsverfahren, Simulation und evolutionäre Algorithmen, Mathematiksoftware - Algebraische und geometrische Eigenschaften von linearen und affinen Abbildungen, Matrizenkalkül - Ellipse, Parabel, Hyperbel als Kegelschnitte - Potenzreihen, Taylorreihen, Anwendungen der Differential- und Integralrechnung, einfache Differentialgleichungen, [Funktionen von mehreren Variablen, Differenzierbarkeit komplexer Funktionen] - Spatprodukt, Rotationsflächen, Parameterdarstellung und Geometrie von Kurven 	<p>Querverbindungen</p> <p>Physik: Elektrizitätslehre, Strömungslehre, Planetenbahnen, Streuung</p> <p>Biologie: Populationsmodelle</p> <p>Geographie: Navigation</p> <p>Ökonomie: Produktionsmatrizen</p>	
<p>Didaktisch – methodische Hinweise:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Der Unterricht im Schwerpunktfach P+AM bietet die Möglichkeit, sich vertiefend mit mathematischen und physikalischen Fragestellungen auseinanderzusetzen. Dabei sind Eigeninitiative und Eigentätigkeit von Schülerinnen und Schülern zu fördern. - Dem Zusammenspiel zwischen den an der realen Welt orientierten Fragestellungen der Physik und den Begriffsbildungen der Mathematik ist besondere Beachtung zu schenken. 		

ANWENDUNGEN DER MATHEMATIK

Allgemeine Bildungsziele

- Der Unterricht im Ergänzungsfach Anwendungen der Mathematik orientiert sich an den Bildungszielen des Grundlagenfaches Mathematik. Er vermittelt eine vertiefende Zusatzbildung.
- Die mathematische Begriffswelt als Mittel der Beschreibung und des Erkenntniserwerbs ist in Wissenschaften mit ausgeprägt quantitativem Charakter von zentraler Bedeutung. Der Unterricht im Ergänzungsfach Anwendungen der Mathematik stellt diesen, sich an der realen Welt orientierenden, Aspekt der Mathematik ins Zentrum und fördert dadurch das Verständnis für die Mechanismen menschlicher Erkenntnisgewinnung.
- Das im Ergänzungsfach Anwendungen der Mathematik erworbene Wissen ist zusammen mit den Kenntnissen aus dem Grundlagenfach Mathematik eine gute Grundlage für weiterführende Ausbildungen in Bereichen, in denen mathematische Begriffe und Methoden von Bedeutung sind.

Richtziele

Kenntnisse

- Einblick haben in jenen Teil der mathematischen Begriffswelt, der auf Erkenntnisgewinnung ausgerichtet ist.
- Die Mechanismen wissenschaftlicher Modellbildung verstehen.
- Vertraut sein mit Anwendungen der Mathematik in Wissenschaft und Technik.

Fertigkeiten

- Problemen der Wirklichkeit ein begriffliches Abbild zuordnen und die denotwendigen Folgerungen dieses Abbildes mit den Ausgangsproblemen in Beziehung bringen.
- Mit der mathematischen Formelsprache geschickt umgehen.
- Hilfsmittel gewandt und zweckmässig einsetzen.

Haltungen

- Sich am gedanklichen Durchdringen und Verstehen von Phänomenen der Wirklichkeit freuen.
- Interesse zeigen für die Methoden der Mathematik in angewandten Bereichen.

Anwendungen der Mathematik	Ergänzungsfach	4. Jahr
<p>Grobziele:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Algorithmen entwickeln und in eine Programmiersprache übersetzen. - Mit komplexen Zahlen arbeiten. - Lineare und affine Abbildungen verstehen und anwenden. - Fortgeschrittene Kenntnisse der Differential- und Integralrechnung haben und deren Anwendungen kennen. 		
<p>Lerninhalte:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Kombinatorische, numerische und probabilistische Algorithmen, eine höhere Programmiersprache - Rechenoperationen und ihre geometrische Interpretation, algebraische Gleichungen mit komplexen Koeffizienten, komplexe Abbildungen - Algebraische und geometrische Eigenschaften von linearen und affinen Abbildungen, Matrizenkalkül - Potenzreihen, Taylorreihen, Anwendungen der Differential- und Integralrechnung, einfache Differentialgleichungen 	<p>Querverbindungen</p> <p>Physik: Elektrizitätslehre, Strömungslehre, Planetenbahnen, Streuung</p> <p>Geographie: Navigation</p> <p>Ökonomie: Produktionsmatrizen</p>	
<p>Didaktisch – methodische Hinweise:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Der Unterricht im Ergänzungsfach Mathematik basiert auf dem im Grundlagenfach Mathematik erworbenen Wissen. - Der Unterricht im Ergänzungsfach Mathematik bildet zusammen mit dem Unterricht im Grundlagenfach Mathematik eine gute Basis für weiterführende Ausbildungen in Bereichen, in denen mathematische Begriffsbildungen von Bedeutung sind. 		