

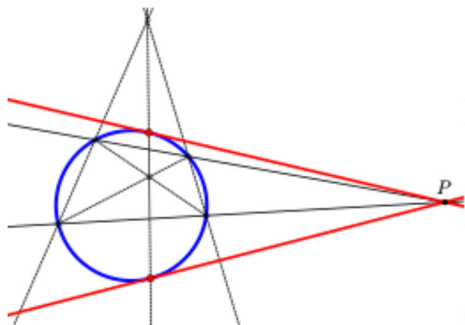
Studienwoche Mathematik

Aus der Welt der Mathematik

ETH-Studienwochen für Gymnasiastinnen und Gymnasiasten
Montag, 1. bis Freitag, 5. Juni 2026

Von den klassischen Sätzen der projektiven Geometrie zu elliptischen Kurven

Kurven, wie zum Beispiel Kegelschnitte, spielen seit Beginn der Mathematik vor mehr als 2300 Jahren eine zentrale Rolle. Um Kegelschnitte zu verstehen, betrachten wir sie in der projektiven Geometrie. Diese unterscheidet sich von der euklidischen Geometrie dadurch, dass sich zwei Geraden immer schneiden – es gibt also keine Parallelen. Unter anderem werden wir sehen, wie wir mit dem Lineal allein eine Tangente an einen Kreis konstruieren können (siehe Figur). Nachdem wir die klassischen Sätze der projektiven Geometrie, wie zum Beispiel die Sätze von Desargues, Pascal und Pappos bewiesen haben, untersuchen wir kubische Kurven. Dies wird uns schliesslich zu elliptischen Kurven führen, welche in der algebraischen Zahlentheorie eine zentrale Rolle spielen.



Kryptographie und Zahlentheorie

Wie hat eigentlich Caesar mit seinen Freunden kommuniziert? Sicher hat er nicht einfach Briefe geschrieben, die man ohne weiteres lesen konnte. Dann wäre die Gefahr zu gross gewesen, dass Feinde seine Boten abfangen hätten und so der Inhalt der Briefe bekannt

geworden wäre. Daher hat Caesar seine Post verschlüsselt (allerdings nicht sehr gut, wie wir in diesem Kurs lernen werden). Seit den alten Römern hat sich viel getan, und die sichere Verschlüsselung von Nachrichten und Daten ist in unserer digitalisierten Welt immer wichtiger geworden. Wer will schon, dass alle unsere Selfies anschauen oder unseren Kontostand sehen können?

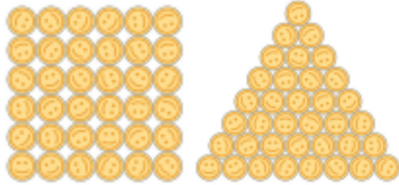
Die heute üblichen Kryptoverfahren beruhen zum grossen Teil auf klassischen Ergebnissen der Zahlentheorie. In diesem Kurs werden wir uns mit klassischen Verfahren, wie der Caesar- und der Vigenère-Chiffre, aber auch aktuell relevanten Kryptosystemen, wie dem RSA-Verfahren, beschäftigen. Dabei werden wir auch die mathematischen Grundlagen aus der Zahlentheorie kennenlernen, und verschiedene Angriffe auf Kryptoverfahren diskutieren und durchführen.



Hinweis: Wir werden für den Kurs keine Vorkenntnisse in Zahlentheorie oder im Programmieren voraussetzen.

Dreieckige Quadratzahlen, Kettenbrüche und die Geometrie der Hyperbel

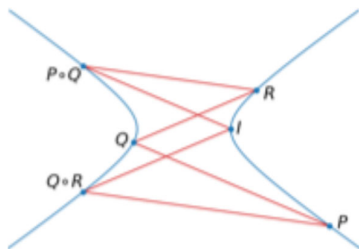
Sechsendreissig Münzen lassen sich so legen, dass sie ein Quadrat oder ein gleichseitiges Dreieck bilden. Wir sagen, dass die Zahl 36 sowohl eine Quadratzahl wie auch eine Dreieckszahl ist, kurz eine dreieckige Quadratzahl. Die Zahlen 1, 36 sind die ersten dreieckigen Quadratzahlen. Gibt es weitere? Wie viele solche Zahlen gibt es?



Es stellt sich heraus, dass diese Fragen der Zahlentheorie eine enge Beziehung mit einigen faszinierenden Begriffen und Konstruktionen aus der Geometrie, der Algebra und der Analysis haben, die wir in diesem Kurs entdecken wollen. Wir werden eine assoziative Multiplikation von Punkten auf einer Hyperbel geometrisch definieren, die Kettenbruchdarstellung von reellen Zahlen, zum Beispiel

$$\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \dots}}}$$

studieren und quadratische Zahlkörper kennenlernen. Daraus lassen sich viele Fragen beantworten, insbesondere werden wir alle dreieckigen Quadratzahlen bestimmen. Und was passiert, wenn wir Orangen stapeln statt Münzen legen? Gibt es tetraedrische Quadratzahlen?



Interesse am Studium?

Du denkst daran, Mathematik zu studieren, und hast Fragen zum Studium und zu den Berufsaussichten?

[Bachelor Mathematik | ETH Zürich](#)

Kontakt: ETH Zürich, Studentische Dienste
Gaby Kläy
HG F 69.3
Rämistrasse 101
8092 Zürich

Telefon: +41 44 632 60 51
gaby.klaey@sts.ethz.ch
www.ethz.ch/studienwochen