

# Symmetrie

## in Mathematik, Architektur und Kunst

Tag über Mathematik und Unterricht

10. September 2025

Workshop A

# Symmetrie in Mathematik, Architektur und Kunst

- Symmetrie – Zur Geschichte des Begriffs
- Palladios Baukunst im Veneto
- Symmetrie – Zur modernen Bedeutung des Begriffs
- Ebene symmetrische Figuren, insbesondere Ornamente
- Klassifikation der Ornamente nach ihrer Symmetriegruppe
- Lateinische Quadrate und Lohse-Quadrate
- Le Corbusier und sein Modulor

# Symmetrie – Zur Geschichte eines Begriffs

Aus dem Altgriechischen:  
*συμμετρία* ist zusammengesetzt aus  
*συν* (mit) und *μέτρον* (Maß).

Bedeutungswandel im Lauf der  
Jahrhunderte

## **Antike**

*Erste Bedeutung:*

*Symmetrie* bezeichnet die wechselseitige Entsprechung der Teile eines Ganzen zueinander,  
die *Harmonie von Proportionen*,  
auch das *Ebenmass* oder *Mittelmass*.



Diskobol des Myron  
5. Jh. v. Chr.

# Symmetrie – Zur Geschichte eines Begriffs

Der Begriff *Mittelmass* war in der Antike positiv besetzt.

Galenos von Pergamon (griech. Arzt, ca. 130 - 216):

„Das Mittlere ist der Seelenzustand, der von beiden Extremen gleich weit entfernt ist“ [De Temperamentis]

**Mittelbildung** in der griechischen Mathematik:

- *Arithmetisches* Mittel,
- *Geometrisches* Mittel,
- *Harmonisches* Mittel

Daneben waren weitere sieben sog. **Medietäten** geläufig.

# Symmetrie – Zur Bedeutung des Begriffs

Galen: Gleichgewicht → Balkenwaage

*Zweite Bedeutung:*

**Spiegelsymmetrie** oder *bilaterale Symmetrie*, also Symmetrie an einer *Ebene* oder an einer *Geraden* (*Achsensymmetrie*)

Spiegelsymmetrie ist ein präziser Begriff

Umgangssprache:

Symmetrie  $\approx$  Spiegelsymmetrie



# Palladios Baukunst im Veneto

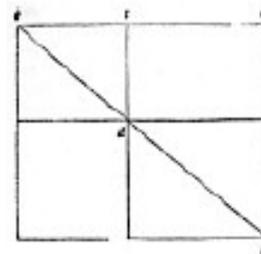
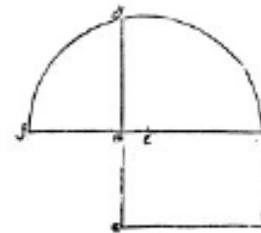
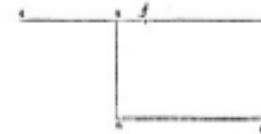
Andrea di Pietro della Gondola,  
genannt Palladio 1508-1580

Elemente von Palladios Baukunst:

- Nutzen (Zweckmässigkeit)
- Dauerhaftigkeit
- Schönheit

Proportionierung der Raumhöhe

- Arithmetisch (erste Art)
- Geometrisch (zweite Art)
- Harmonisch (dritte Art)

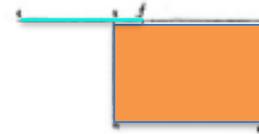


Figuren von Andrea Palladio

# Palladios Proportionierung der Raumhöhe

## *Grundriss*

Rechteck mit Länge  $l$ , Breite  $b$



## *Raumhöhe*

Arithmetisches Mittel:

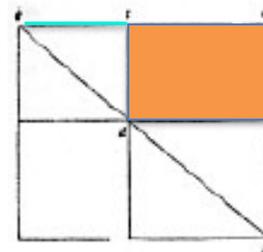
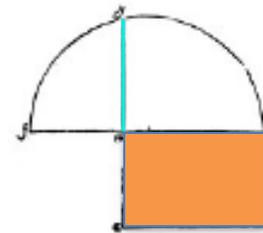
$$m_a = \frac{l + b}{2}$$

Geometrisches Mittel:

$$m_g = \sqrt{l \cdot b}$$

Harmonisches Mittel:

$$m_h = \frac{2}{\frac{1}{l} + \frac{1}{b}} = \frac{2l \cdot b}{l + b} = \frac{m_g^2}{m_a}$$



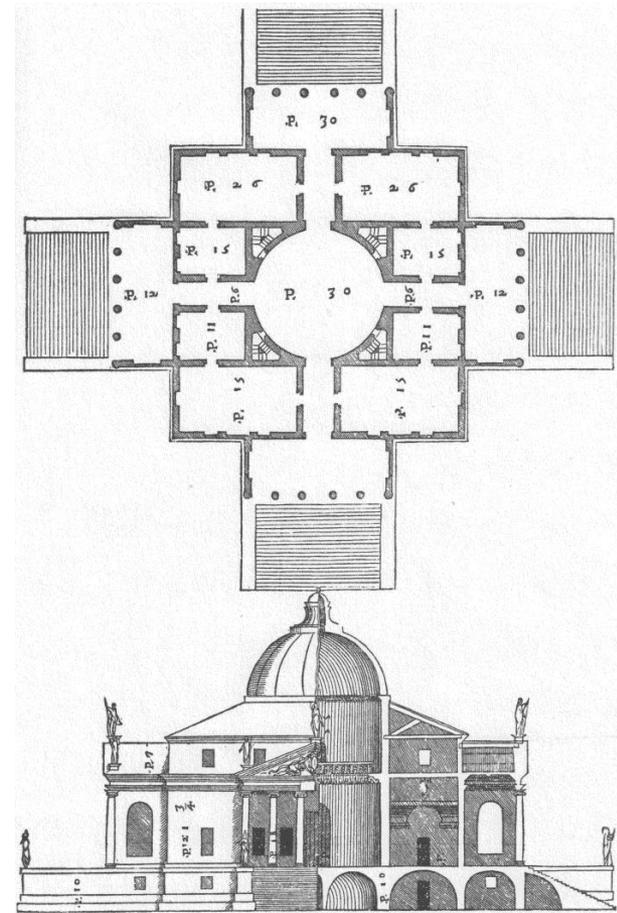
Figuren von Andrea Palladio

# Palladios Baukunst im Veneto

Andrea di Pietro della Gondola,  
genannt Palladio 1508-1580

Sieben ideale Formen des Grundrisses

1. kreisrund
2. quadratisch
3. Breite zur Länge wie Quadratseite zur Diagonale ( $1:\sqrt{2}$ )
4. Ein Quadrat und ein Drittel ( $3:4$ )
5. Ein Quadrat und ein Halbes ( $2:3$ )
6. Ein Quadrat und zwei Drittel ( $3:5$ )
7. Zwei Quadrate ( $1:2$ )



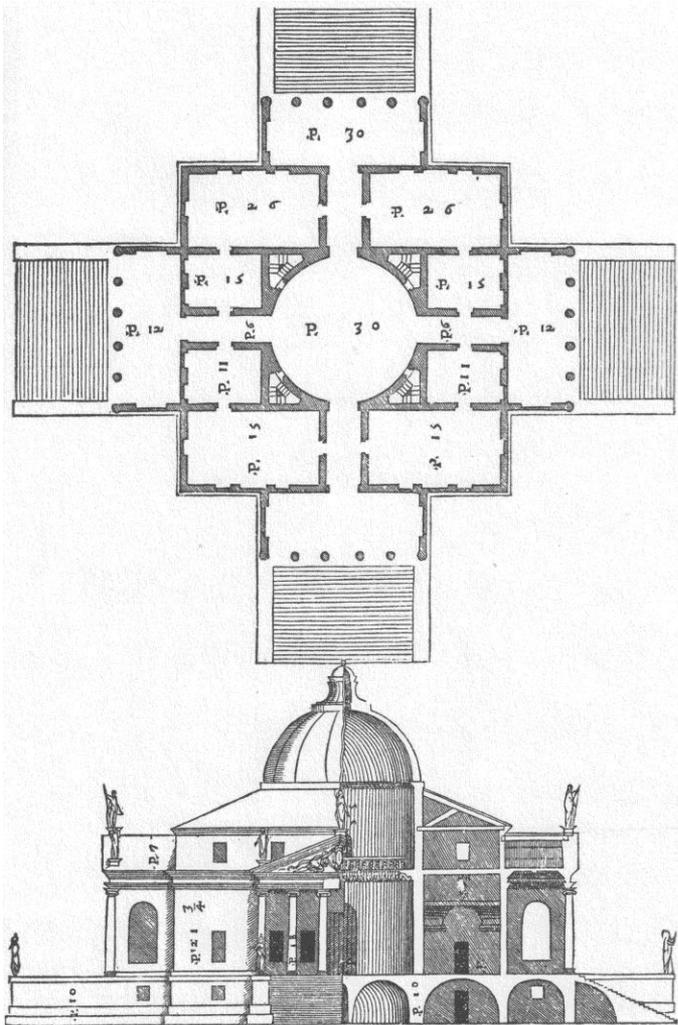
Palladio: Vier Bücher zur  
Architektur, S. 139

# La Rotonda



Villa Almerico Capra Valmarana genannt La Rotonda  
Foto: Hans A. Rosbach

# La Rotonda

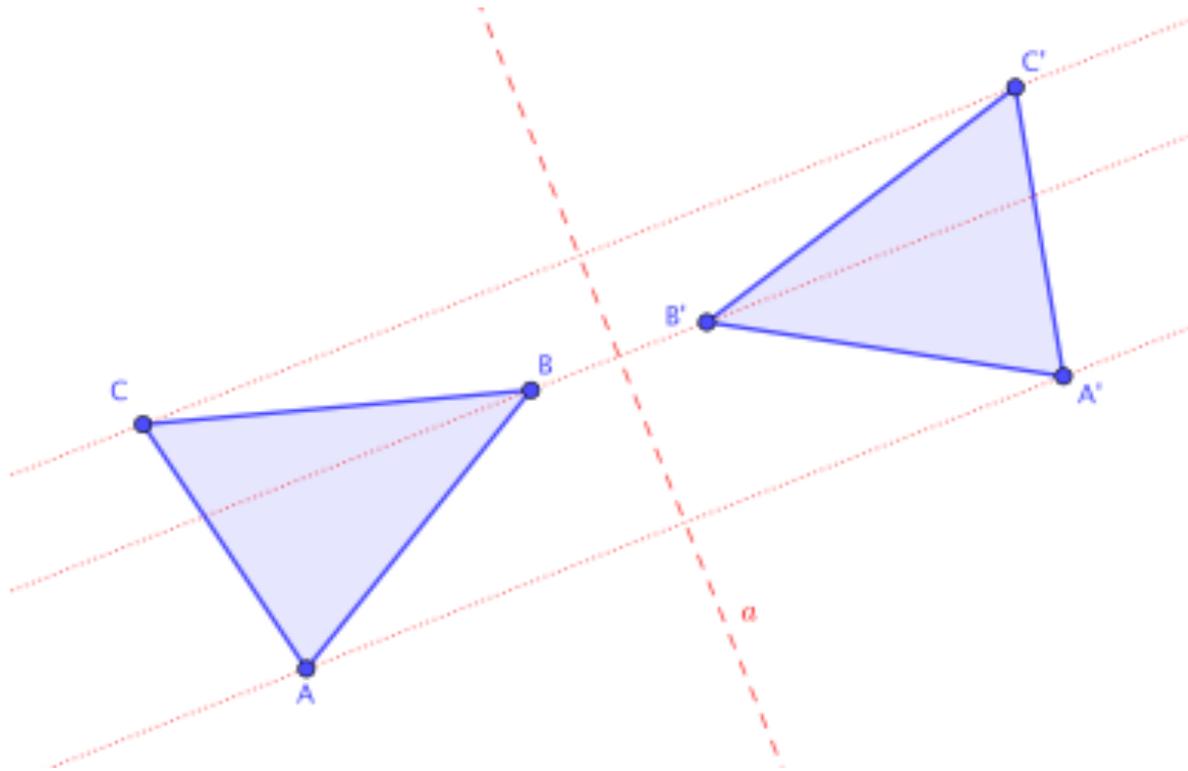


- Saal rund mit  $\text{Ø} = 30$  Fuss
- Kammern  $15.5 \times 11$  Fuss ( $\approx 3 : 2$ )
- Gr. Räume  $26 \times 15.5$  Fuss ( $\approx 4 : 3$ )  
Höhe erster Art: 20.75 Fuss
- Loggien  $30 \times 12$  Fuss ( $= 5 : 2$ )

# Kongruenzabbildungen (Isometrien)

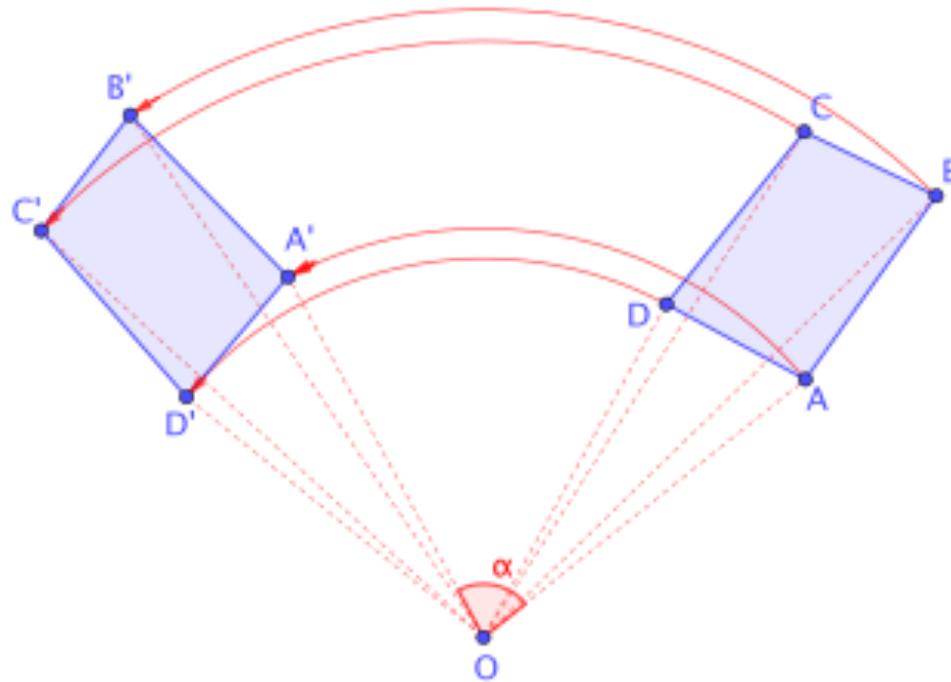
- Eine **Kongruenzabbildung** oder **Isometrie** ist eine Abbildung der (Euklidischen) Ebene auf sich, welche Längen und Winkel *invariant* lässt.
  - Geradenspiegelung
  - Rotation (Drehung)
  - Translation (Parallelverschiebung)
  - Gleit- oder Schubspiegelung
- Kongruenzabbildungen können verknüpft (nacheinander ausgeführt) werden. Sind  $K$  und  $L$  zwei Kongruenzabbildungen, so ist auch  $L \circ K$  eine Kongruenzabbildung.

# Kongruenzabbildungen (Isometrien)



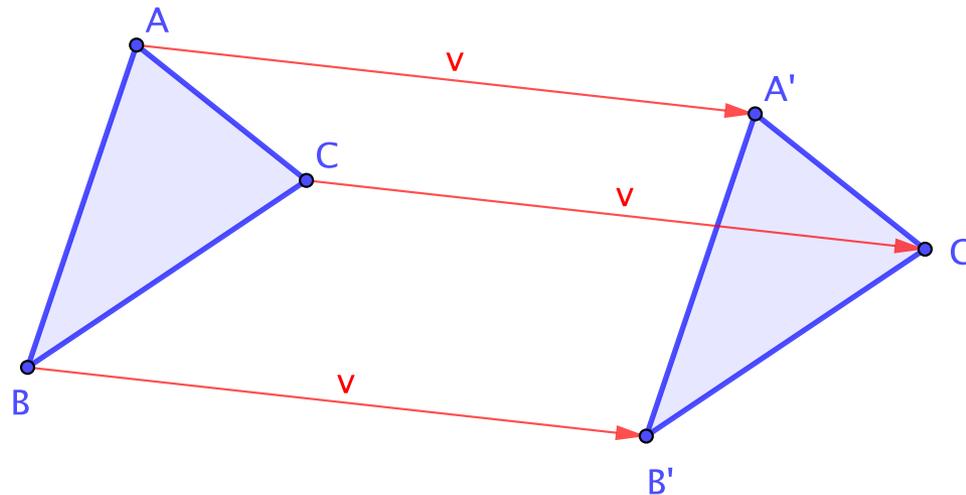
Geradenspiegelung  $S_a$   
mit Spiegelachse  $a$

# Kongruenzabbildungen (Isometrien)



Rotation  $R_{O, \alpha}$   
mit Drehzentrum  $O$  und  
Drehwinkel  $\alpha$

# Kongruenzabbildungen (Isometrien)

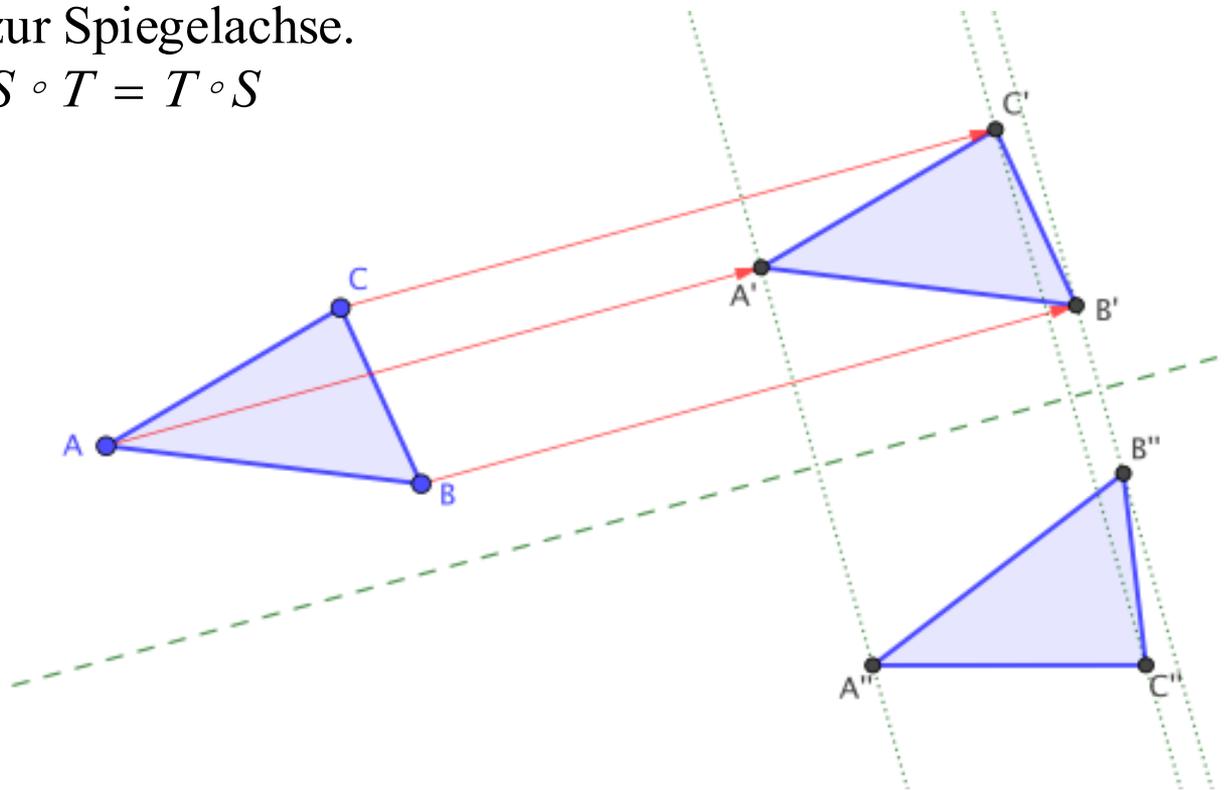


Translation  $T_v$   
mit Translationsvektor  $v$

# Kongruenzabbildungen (Isometrien)

Eine **Gleit- oder Schubspiegelung** ist eine Verknüpfung  $S \circ T$  einer Translation mit einer Geradenspiegelung. Dabei ist der Translationsvektor parallel zur Spiegelachse.

Es gilt  $S \circ T = T \circ S$



# Symmetrie – Zur modernen Bedeutung des Begriffs

Eine ebene geometrische Figur ist **symmetrisch**, falls sie **invariant** ist unter einer Kongruenzabbildung.

Die betreffende Kongruenzabbildung nennt man eine **Symmetrietransformation** oder einfach **Symmetrie** dieser Figur.



# Symmetrie – Zur modernen Bedeutung des Begriffs

- Eine ebene geometrische Figur ist **spiegelsymmetrisch**, falls sie invariant ist unter einer *Geradenspiegelung*.
- Eine ebene geometrische Figur ist **drehsymmetrisch**, falls sie invariant ist unter einer *Rotation*.
- Eine ebene geometrische Figur ist **translationssymmetrisch**, falls sie invariant ist unter einer Translation.



# Ebene symmetrische Figuren: Ornamente

- a) **Kreisornamente** oder **Rosetten**
- b) **Bandornamente** oder **Friese**
- c) **Flächenornamente** oder **Wandmuster**

# Ebene symmetrische Figuren: Kreisornamente

## a) Kreisornamente (Rosetten)

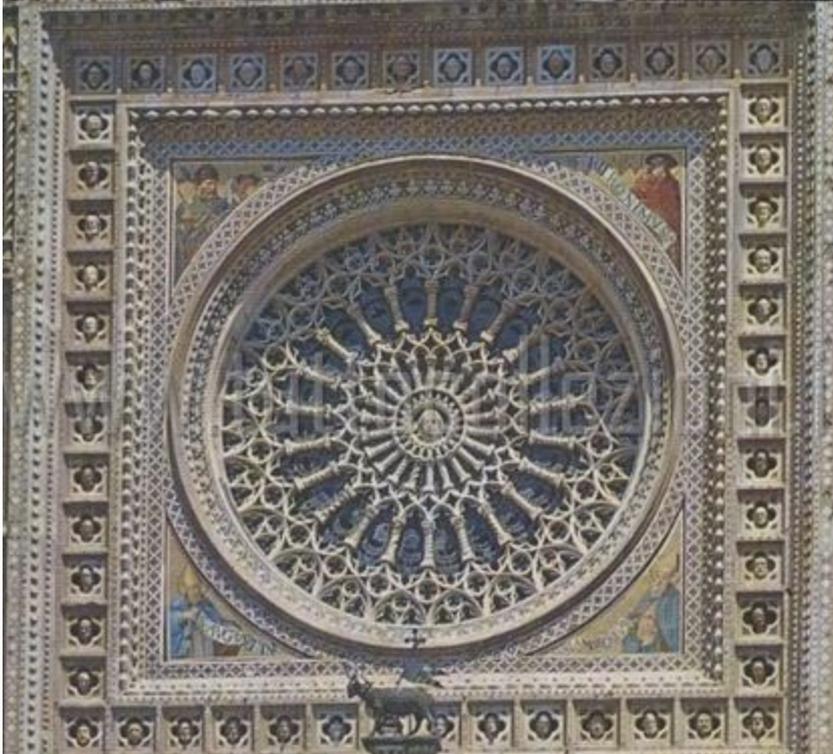
Als Symmetrietransformationen  
kommen *endlich* viele  
*Drehungen* oder *Geraden-*  
*spiegelungen* vor

Keine Translationen



Kathedrale von Chartres: Nordrose

## Kreisornamente (Rosetten)



Rosone di Orvieto (22-teilig)  
22? Die Anzahl Buchstaben des  
hebräischen Alphabets

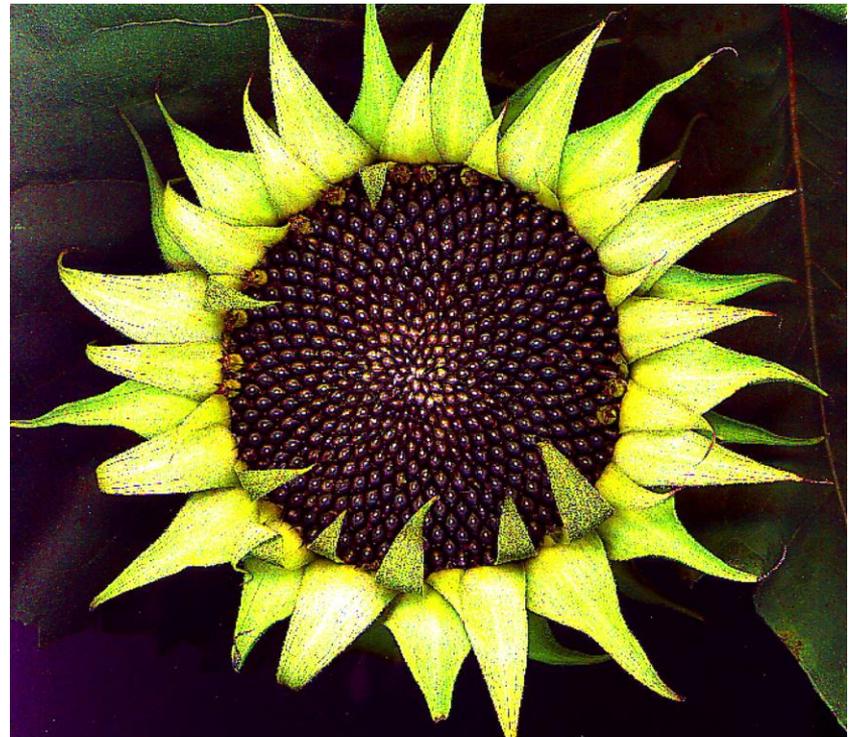


Rosone di Levante (14-teilig)  
14? Anzahl Stationen des Kreuzwegs  
14 Nothelfer

## Kreisornamente (Rosetten)



Notre-Dame de Paris: Südrose



Blütenkorb einer Sonnenblume

# Kreisornamente



*Echinopsis candicans*  
Igelkaktus



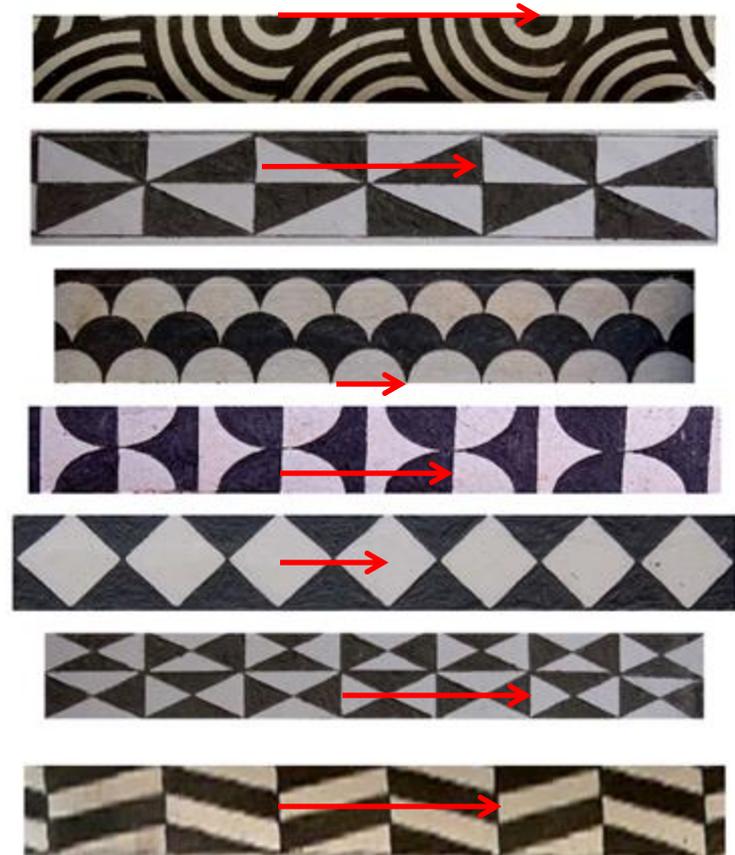
Gewöhnliche Bitterwurz ?

# Bandornamente (Frieze)

## b) **Bandornamente** oder **Frieze**

Unter den Symmetrietransformationen gibt es nur diejenigen *Translationen*, deren Vektoren *ganzzahlige* Vielfache eines festen Vektors sind.

Man beachte: Bandornamente sind stets unendlich ausgedehnt zu denken!



Frieze in Pyrgí (Chios, Griechenland)



## Bandornamente (Frieze)



Hof in Lüsai (Val Müstair)



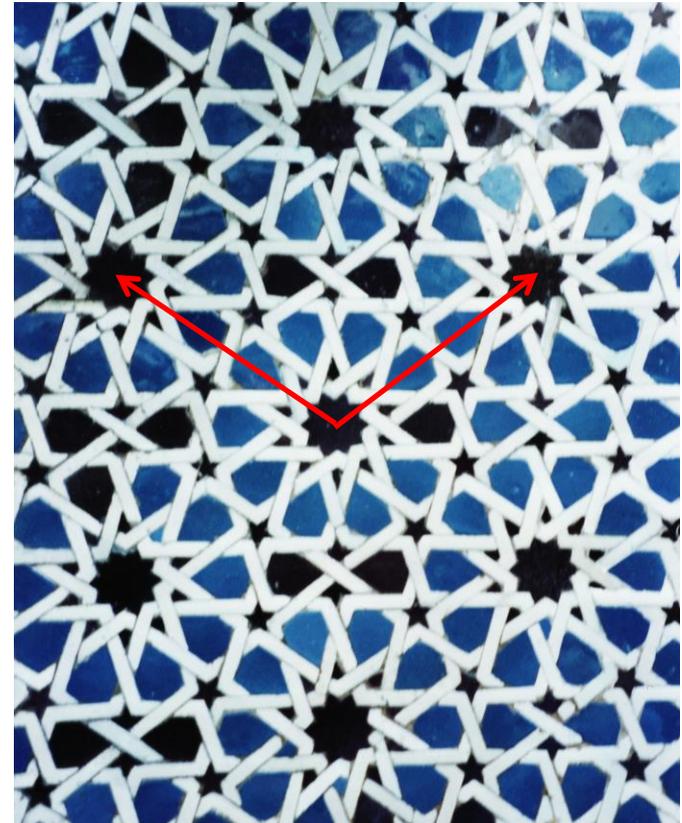
Haus in Müstair

# Flächenornamente (Wandmuster)

## c) Flächenornamente oder Wandmuster

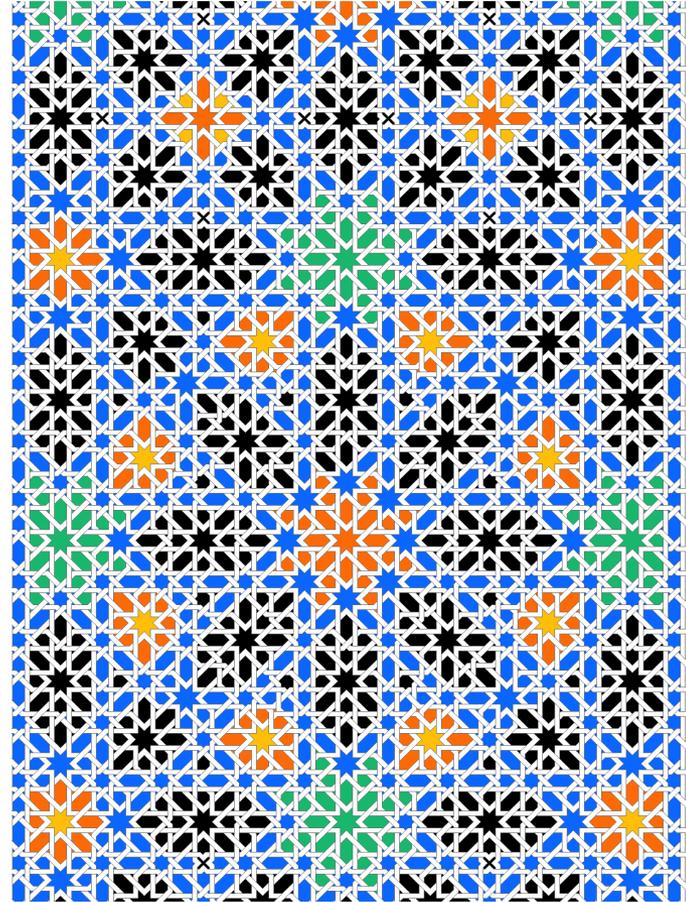
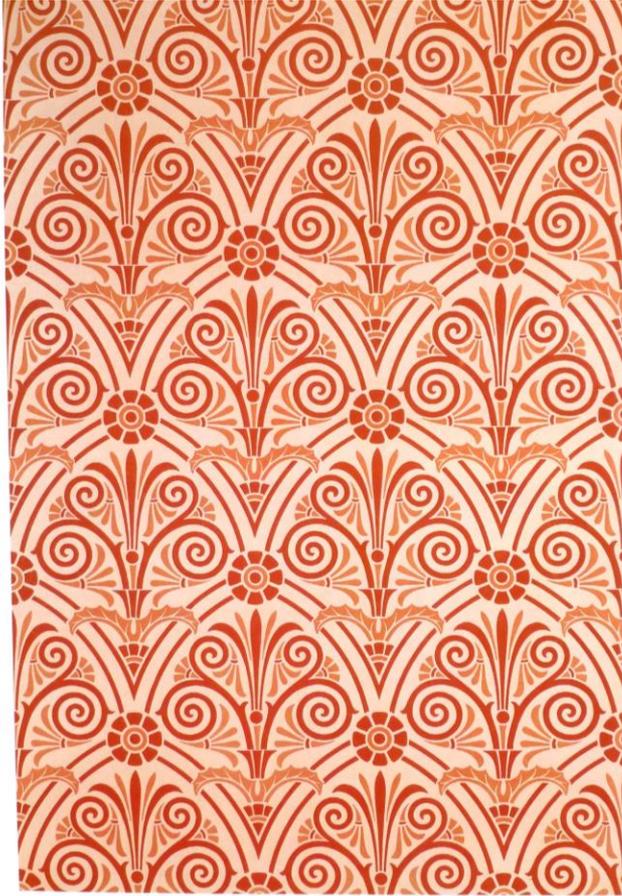
Unter den Symmetrien gibt es nur diejenigen Translationen, deren Vektoren ganzzahlige Linearkombinationen von zwei festen nicht-kollinearen Basis-Vektoren sind.

Man beachte: Flächenornamente sind in beiden Basis-Richtungen unendlich ausgedehnt zu denken!

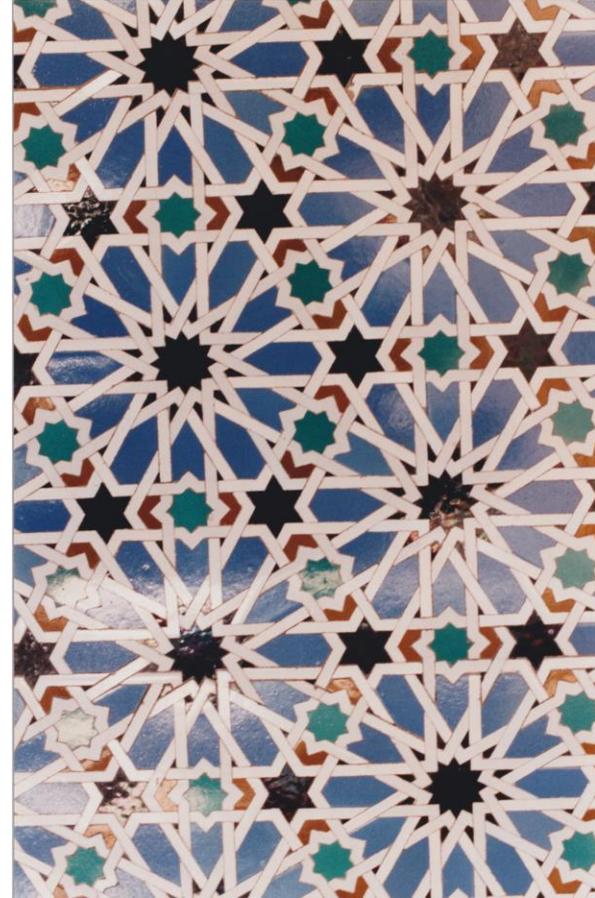


Alhambra (Granada, Spanien)

# Flächenornamente (Wandmuster)

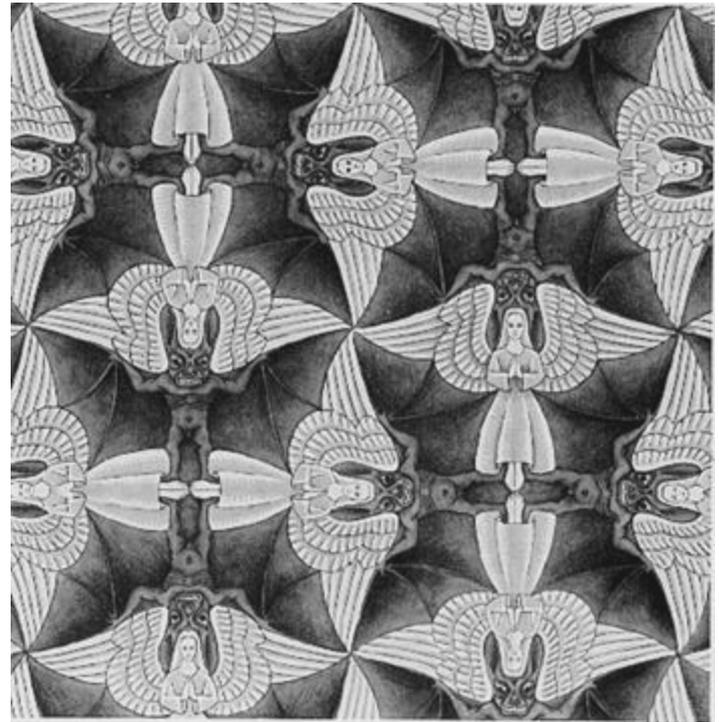


## Flächenornamente (Wandmuster)



Alhambra (Granada, Spanien)

# Flächenornamente (Wandmuster)



M. C. Escher

# Die Idee der Symmetriegruppe

Sind  $S$  und  $T$  zwei *Symmetrien* einer Figur, so ist auch ihre Verknüpfung  $T \circ S$  eine *Symmetrie* dieser Figur.

Regeln für die Verknüpfung von Symmetrien:

$$(G1) \quad (T \circ S) \circ R = T \circ (S \circ R) \quad (\text{Assoziativität})$$

$$(G2) \quad T \circ I = I \circ T = T \quad (I = \text{Identität, neutrales Element } I)$$

$$(G3) \quad T^{-1} \circ T = T \circ T^{-1} = I \quad (\text{zu } T \text{ inverses Element } T^{-1})$$

# Die Idee der Symmetriegruppe

Falls die Regeln (G1), (G2) und (G3) in einem Rechenbereich uneingeschränkt gelten, nennt man ihn eine **Gruppe**.

Die *Symmetrien einer gegebenen Figur* bilden einen solchen Rechenbereich. Man nennt ihn **Symmetriegruppe** der Figur.

Beispiel: Symmetriegruppe eines Kreisornaments –  
eine *Rosettengruppe*

## Beispiel einer Rosettengruppe

– Symmetrietransformationen:

– Geradenspiegelungen

$$S_a, S_b, S_c, S_d$$

– Drehungen

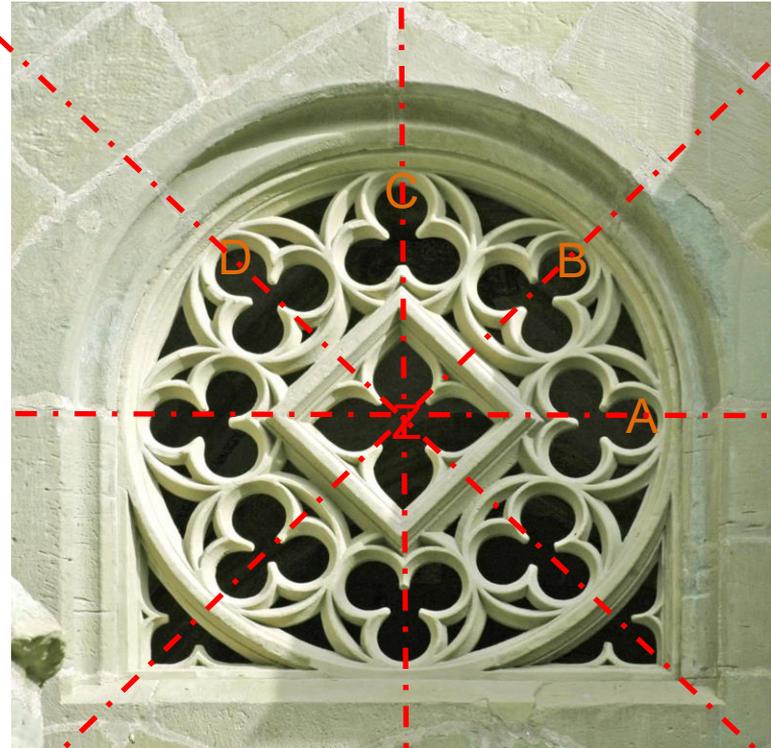
$$R_{Z,90^\circ}, R_{Z,180^\circ}, R_{Z,270^\circ}, I$$

– Verknüpfungen, z.B.

$$R_{Z,180^\circ} \circ R_{Z,90^\circ} = R_{Z,270^\circ}$$

$$S_b \circ S_a = R_{Z,90^\circ}$$

$$R_{Z,180^\circ} \circ S_c = S_a$$



Im Kreuzgang von Hauterive (FR)

# Symmetriegruppe des Quadrates

Verknüpfungstafel (Gruppentafel)

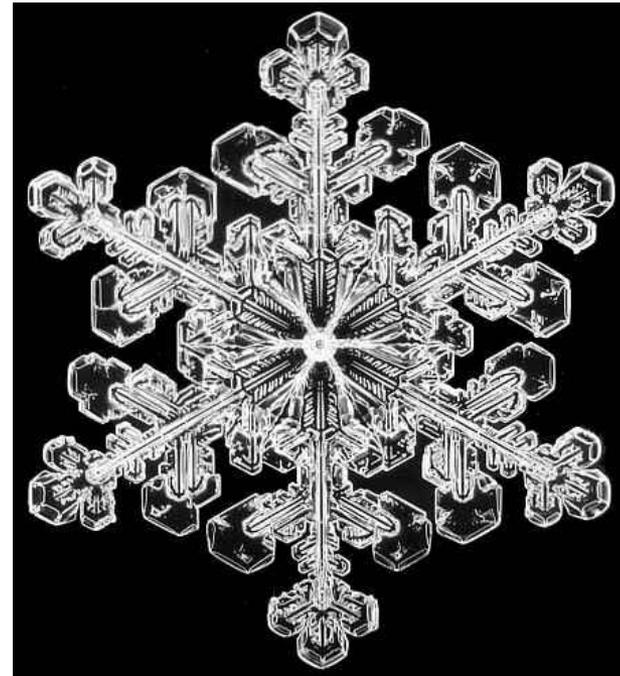
$\circ$	$I$	$R_{Z,90^\circ}$	$R_{Z,180^\circ}$	$R_{Z,270^\circ}$	$S_a$	$S_b$	$S_c$	$S_d$
$I$	$I$	$R_{Z,90^\circ}$	$R_{Z,180^\circ}$	$R_{Z,270^\circ}$	$S_a$	$S_b$	$S_c$	$S_d$
$R_{Z,90^\circ}$	$R_{Z,90^\circ}$	$R_{Z,180^\circ}$	$R_{Z,270^\circ}$	$I$	$S_b$	$S_c$	$S_d$	$S_a$
$R_{Z,180^\circ}$	$R_{Z,180^\circ}$	$R_{Z,270^\circ}$	$I$	$R_{Z,90^\circ}$	$S_c$	$S_d$	$S_a$	$S_b$
$R_{Z,270^\circ}$	$R_{Z,270^\circ}$	$I$	$R_{Z,90^\circ}$	$R_{Z,180^\circ}$	$S_d$	$S_a$	$S_b$	$S_c$
$S_a$	$S_a$	$S_d$	$S_c$	$S_b$	$I$	$R_{Z,270^\circ}$	$R_{Z,180^\circ}$	$R_{Z,90^\circ}$
$S_b$	$S_b$	$S_a$	$S_d$	$S_c$	$R_{Z,90^\circ}$	$I$	$R_{Z,270^\circ}$	$R_{Z,180^\circ}$
$S_c$	$S_c$	$S_b$	$S_a$	$S_d$	$R_{Z,180^\circ}$	$R_{Z,90^\circ}$	$I$	$R_{Z,270^\circ}$
$S_d$	$S_d$	$S_c$	$S_b$	$S_a$	$R_{Z,270^\circ}$	$R_{Z,180^\circ}$	$R_{Z,90^\circ}$	$I$

# Klassifikation von Ornamenten nach ihrer Symmetriegruppe

- Unermessliche Vielfalt...
- Klassifikation bringt Ordnung und Abgrenzung...
- Symmetrien erkennen...
- Ornamente einordnen und ihre Mannigfaltigkeit verstehen...

# Klassifikation der Ornamente nach ihrer Symmetriegruppe

## 1. Rosettengruppen:



$C_6$  : Zyklische Gruppe der Ordnung 6

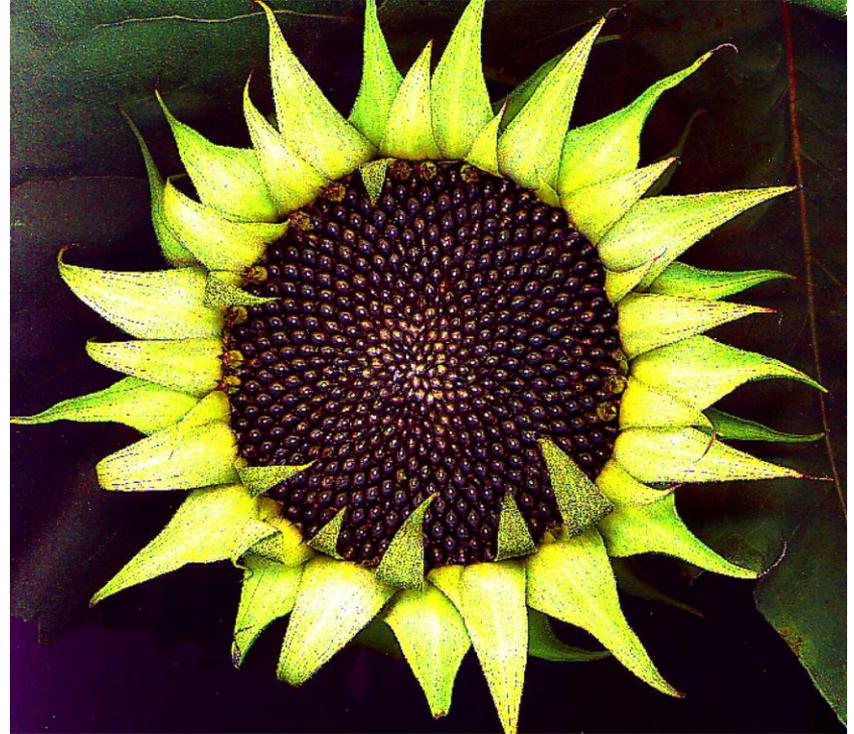
$D_6$  : Diedergruppe der Ordnung 12

Zu jeder Zahl  $n$  gibt es Symmetriegruppen  $C_n$  und  $D_n$

# Rosettengruppen



Symmetriegruppe  $D_{21}$



Symmetriegruppe  $C_{34}$

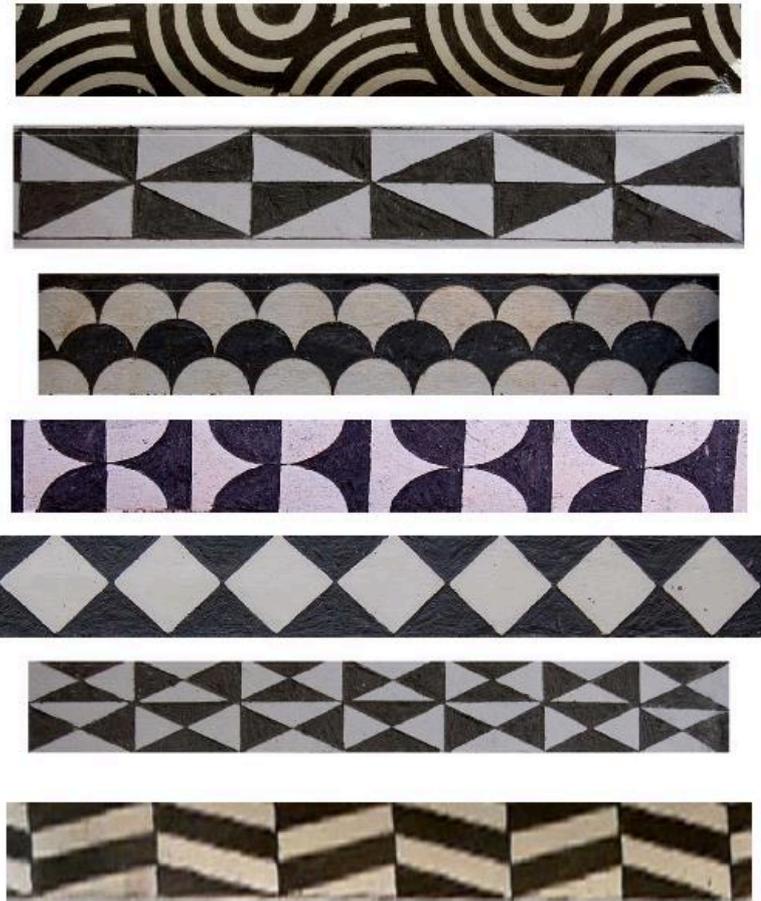
# Klassifikation der Ornamente nach ihrer Symmetriegruppe

## 2. Friesgruppen

Es gibt genau *sieben*  
verschiedene Friesgruppen.

Es gibt somit auch genau  
7 Klassen von Friesen  
oder Bandornamenten.

(George Polya, 1924)



# Klassifikation der Ornamente nach ihrer Symmetriegruppe

## 3. Ornamentgruppen oder ebene kristallographische Gruppen

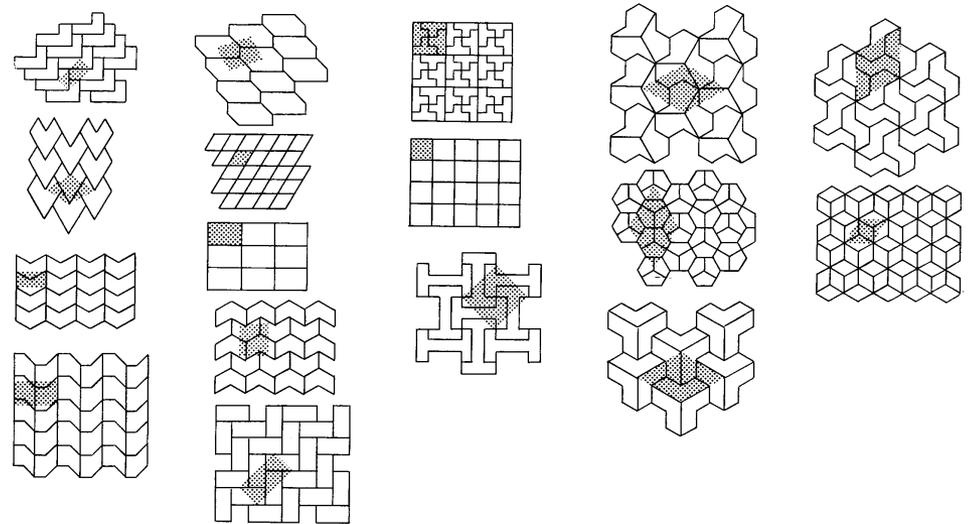
17 verschiedene Symmetrie-  
gruppen.

17 Klassen von Flächen-  
ornamenten.

E. S. Fedorov      1891

George Polya

Paul Niggli      1924



## Verknüpfungstafel der Gruppe $D_4$

$I$	$R_{Z,90^\circ}$	$R_{Z,180^\circ}$	$R_{Z,270^\circ}$	$S_a$	$S_b$	$S_c$	$S_d$
$R_{Z,90^\circ}$	$R_{Z,180^\circ}$	$R_{Z,270^\circ}$	$I$	$S_b$	$S_c$	$S_d$	$S_a$
$R_{Z,180^\circ}$	$R_{Z,270^\circ}$	$I$	$R_{Z,90^\circ}$	$S_c$	$S_d$	$S_a$	$S_b$
$R_{Z,270^\circ}$	$I$	$R_{Z,90^\circ}$	$R_{Z,180^\circ}$	$S_d$	$S_a$	$S_b$	$S_c$
$S_a$	$S_d$	$S_c$	$S_b$	$I$	$R_{Z,270^\circ}$	$R_{Z,180^\circ}$	$R_{Z,90^\circ}$
$S_b$	$S_a$	$S_d$	$S_c$	$R_{Z,90^\circ}$	$I$	$R_{Z,270^\circ}$	$R_{Z,180^\circ}$
$S_c$	$S_b$	$S_a$	$S_d$	$R_{Z,180^\circ}$	$R_{Z,90^\circ}$	$I$	$R_{Z,270^\circ}$
$S_d$	$S_c$	$S_b$	$S_a$	$R_{Z,270^\circ}$	$R_{Z,180^\circ}$	$R_{Z,90^\circ}$	$I$

# Lateinische Quadrate: Definition

## Lateinisches Quadrat der Ordnung $n$

Quadratisches Schema mit  $n$  Zeilen und  $n$  Spalten, in denen  $n$  verschiedene Symbole so angeordnet sind, dass jedes Symbol in jeder Zeile und jeder Spalte genau einmal vorkommt.

Beispiele für  $n = 3$

1	2	3
2	3	1
3	1	2

1	2	3
3	1	2
2	3	1

# Beispiele von Lateinischen Quadraten

Beispiel für  $n = 5$

A	B	C	D	E
B	C	D	E	A
C	D	E	A	B
D	E	A	B	C
E	A	B	C	D

Weitere Klassen von Beispielen:

- Gruppentafeln:  
Verknüpfungstafeln endlicher Gruppen
- Sudokus  
sind lateinische Zahlenquadrate mit zusätzlicher Bedingung

# Verknüpfungstafel der Gruppe $D_4$

$I$	$R_{Z,90^\circ}$	$R_{Z,180^\circ}$	$R_{Z,270^\circ}$	$S_a$	$S_b$	$S_c$	$S_d$
$R_{Z,90^\circ}$	$R_{Z,180^\circ}$	$R_{Z,270^\circ}$	$I$	$S_b$	$S_c$	$S_d$	$S_a$
$R_{Z,180^\circ}$	$R_{Z,270^\circ}$	$I$	$R_{Z,90^\circ}$	$S_c$	$S_d$	$S_a$	$S_b$
$R_{Z,270^\circ}$	$I$	$R_{Z,90^\circ}$	$R_{Z,180^\circ}$	$S_d$	$S_a$	$S_b$	$S_c$
$S_a$	$S_d$	$S_c$	$S_b$	$I$	$R_{Z,270^\circ}$	$R_{Z,180^\circ}$	$R_{Z,90^\circ}$
$S_b$	$S_a$	$S_d$	$S_c$	$R_{Z,90^\circ}$	$I$	$R_{Z,270^\circ}$	$R_{Z,180^\circ}$
$S_c$	$S_b$	$S_a$	$S_d$	$R_{Z,180^\circ}$	$R_{Z,90^\circ}$	$I$	$R_{Z,270^\circ}$
$S_d$	$S_c$	$S_b$	$S_a$	$R_{Z,270^\circ}$	$R_{Z,180^\circ}$	$R_{Z,90^\circ}$	$I$

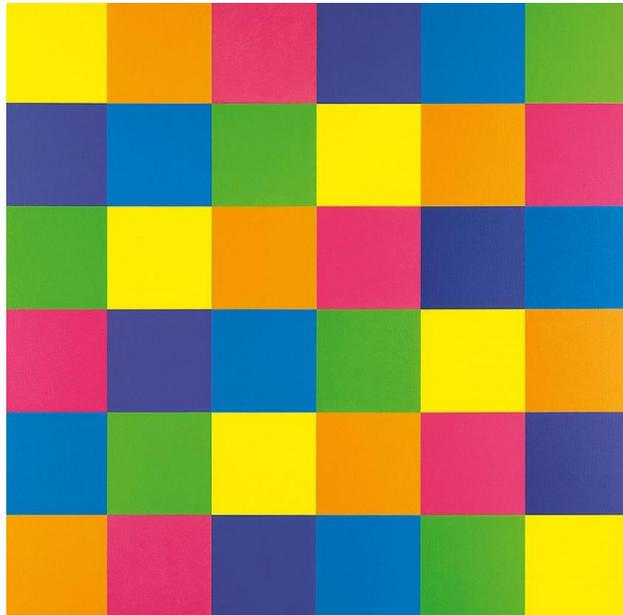
Lateinisches Quadrat der Ordnung 8

# Verknüpfungstafel der Gruppe $D_4$

Yellow	Orange	Red	Dark Red	Purple	Blue	Green	Lime Green
Orange	Red	Dark Red	Yellow	Blue	Green	Lime Green	Purple
Red	Dark Red	Yellow	Orange	Green	Lime Green	Purple	Blue
Dark Red	Yellow	Orange	Red	Lime Green	Purple	Blue	Green
Purple	Lime Green	Green	Blue	Yellow	Dark Red	Red	Orange
Blue	Purple	Lime Green	Green	Orange	Yellow	Dark Red	Red
Green	Blue	Purple	Lime Green	Red	Orange	Yellow	Dark Red
Lime Green	Green	Blue	Purple	Dark Red	Red	Orange	Yellow

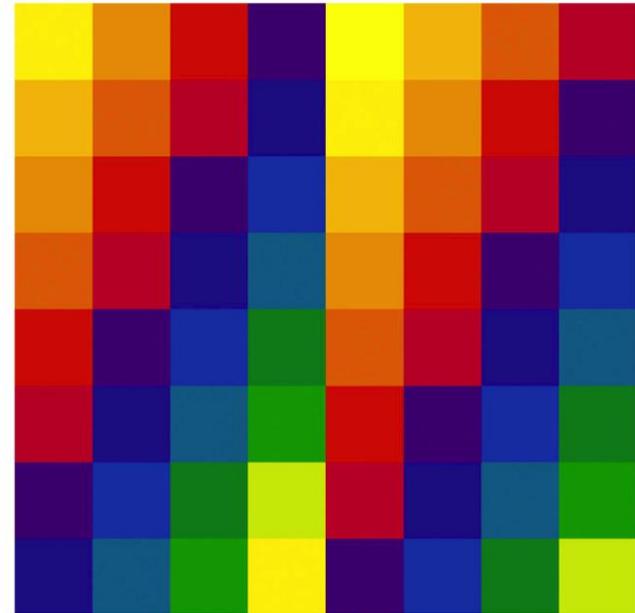
Lateinisches Quadrat der Ordnung 8

# Die Quadratmuster des Richard Paul Lohse



Richard Paul Lohse (1902-1988)

Komplementäre Gruppen durch  
sechs horizontale systematische  
Farbreihen 1950/1976/2



Richard Paul Lohse

Acht vertikale systematische Farbreihen  
1955/1969

# Lohse-Quadrate

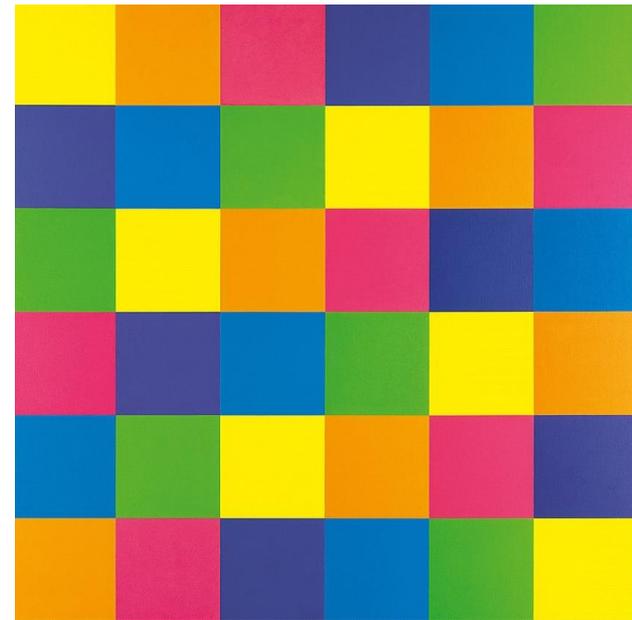
Viele Quadratmuster von Richard P. Lohse sind *lateinische Farbquadrate*: Jede Farbe kommt in jeder Zeile und in jeder Spalte genau einmal vor.

Bilder mit 6, 12, 15, 18, 30 Farben.

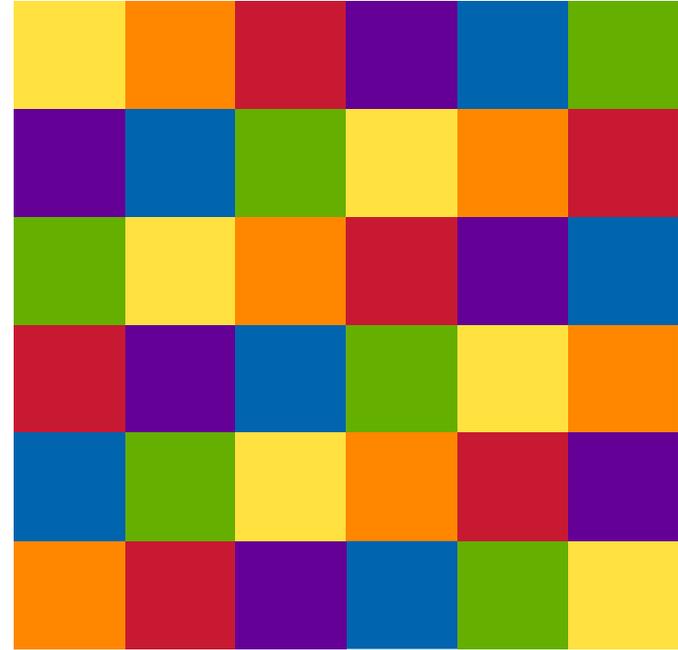
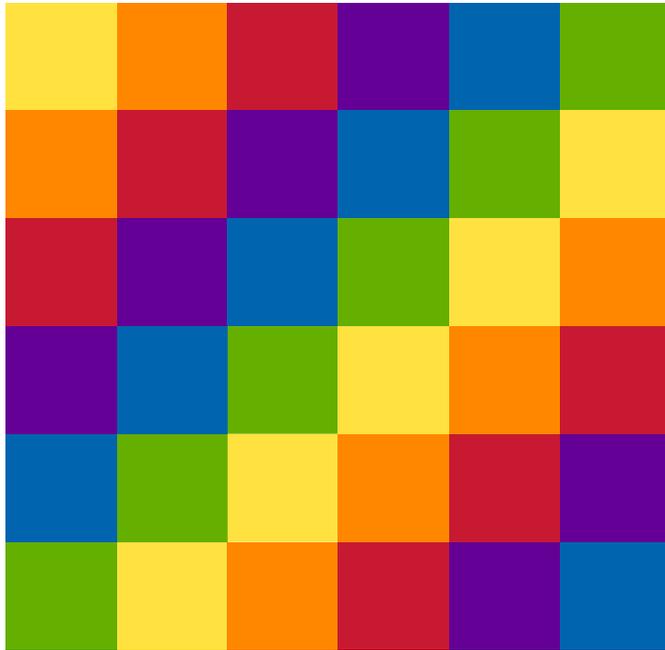
„Farbmengengleichheit“

*Rösselsprung-Regel*: Diagonal sich berührende Felder sind stets verschieden gefärbt.

Solche lateinische Quadrate werden **Lohse-Quadrate** genannt.



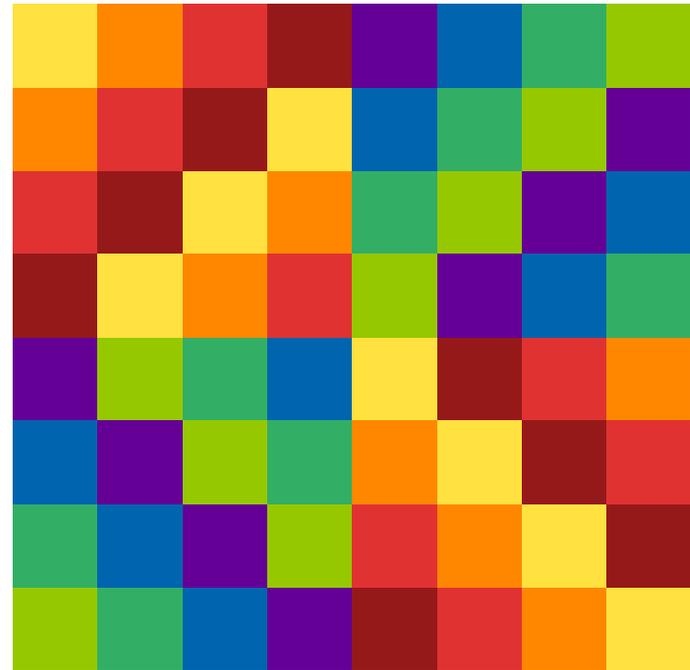
# Lateinische Quadrate mit Variationen



Durch Vertauschen von Zeilen oder Spalten entsteht wieder ein Lateinisches Quadrat: Aus der eingefärbten Verknüpfungstafel der Gruppe  $C_6$  ist ein *Lohse-Quadrat* entstanden!

# Verknüpfungstafel der Diedergruppe $D_4$

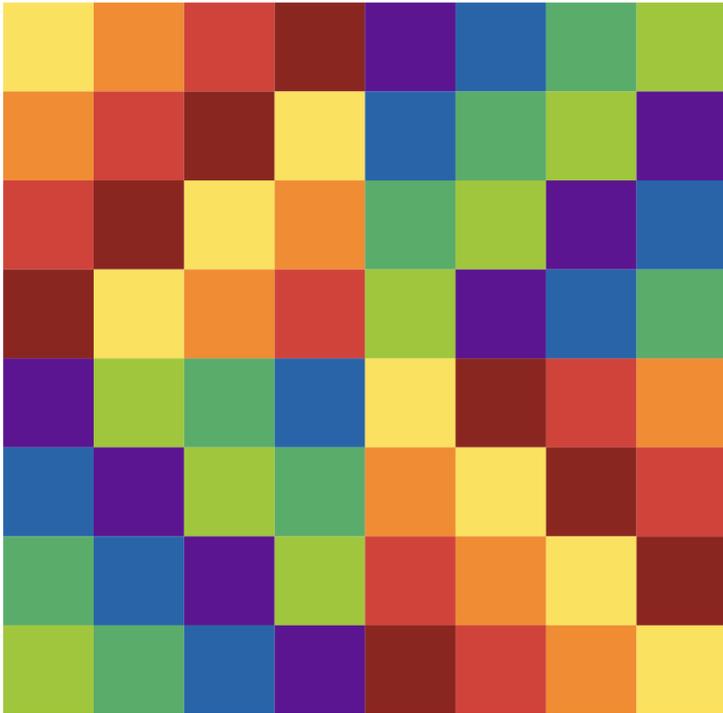
$I$	$R_{Z,90^\circ}$	$R_{Z,180^\circ}$	$R_{Z,270^\circ}$	$S_a$	$S_b$	$S_c$	$S_d$
$R_{Z,90^\circ}$	$R_{Z,180^\circ}$	$R_{Z,270^\circ}$	$I$	$S_b$	$S_c$	$S_d$	$S_a$
$R_{Z,180^\circ}$	$R_{Z,270^\circ}$	$I$	$R_{Z,90^\circ}$	$S_c$	$S_d$	$S_a$	$S_b$
$R_{Z,270^\circ}$	$I$	$R_{Z,90^\circ}$	$I$	$S_d$	$S_a$	$S_b$	$S_c$
$S_a$	$S_d$	$S_c$	$S_b$	$I$	$R_{Z,270^\circ}$	$R_{Z,180^\circ}$	$R_{Z,90^\circ}$
$S_b$	$S_a$	$S_d$	$S_c$	$R_{Z,90^\circ}$	$I$	$R_{Z,270^\circ}$	$R_{Z,180^\circ}$
$S_c$	$S_b$	$S_a$	$S_d$	$R_{Z,180^\circ}$	$R_{Z,90^\circ}$	$I$	$R_{Z,270^\circ}$
$S_d$	$S_c$	$S_b$	$S_a$	$R_{Z,270^\circ}$	$R_{Z,180^\circ}$	$R_{Z,90^\circ}$	$I$



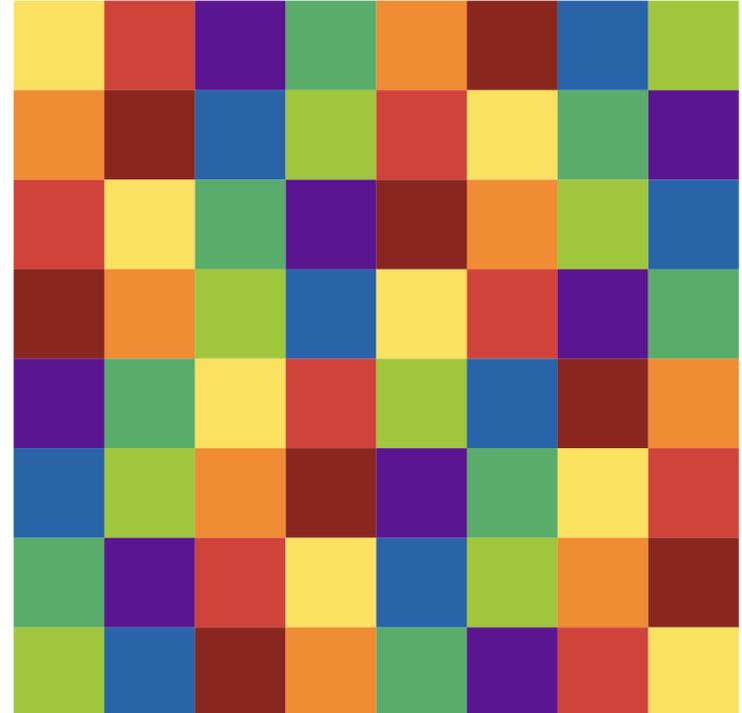
Kein Lohse-Quadrat!

# Verknüpfungstafel der Gruppe $D_4$

## Vertauschen von Spalten



Kein Lohse-Quadrat



Lohse-Quadrat!

# Cayley-Tafeln

- Verknüpfungstafeln endlicher Gruppen:  
Bis jetzt: Reihenfolge der Elemente horizontal und vertikal dieselbe.
- Dies muss nicht so sein!
- Eine **Cayley-Tafel** einer endlichen Gruppe  $G$  ist eine Verknüpfungstafel, in welcher die Reihenfolge der Elemente nicht festgelegt ist.
- Genauer: Ist  $G$  eine Gruppe mit  $n$  Elementen, und sind  $v = (g_1, g_2, \dots, g_n)$  und  $h = (g_1', g_2', \dots, g_n')$  zwei Aufzählungen der Elemente von  $G$ , so ist die  $n \times n$ -Matrix  $C$  mit den Einträgen  $c_{ik} = (g_i \circ g_k')$  ( $1 \leq i, k \leq n$ ) eine *Cayley-Tafel* der Gruppe  $G$ .

## Cayley-Tafeln: Beispiele

Beispiele von eingefärbten Cayley-Tafeln:

Die durch Vertauschen von Zeilen oder Spalten aus der zyklischen Gruppe  $C_6$  und der Diedergruppe  $D_4$  entstandenen Lohse-Quadrate.

Auch die „gelbe Raute“ ist eine eingefärbte Cayley-Tafel, nämlich der zyklischen Gruppe der Ordnung 30!



# Lohse-Quadrate und Lohse-Gruppen

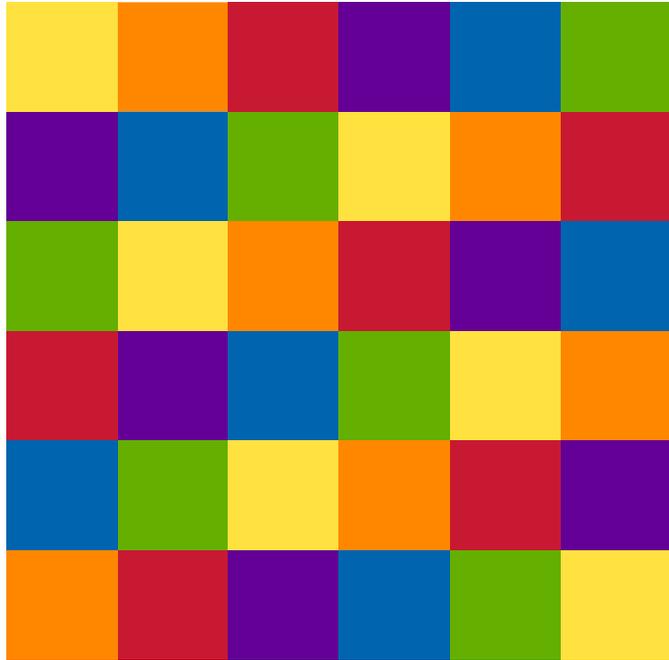
Ein **Lohse-Quadrat** der Ordnung  $n$  ist ein Lateinisches Quadrat  $A$  mit der Eigenschaft, dass diagonal angrenzende Felder stets verschiedene Farben haben:  $A = (a_{i,k})$  mit  $a_{i,k} \neq a_{i+1,k+1}$  und  $a_{i,k+1} \neq a_{i+1,k}$  für alle  $1 \leq i, k < n$

Die Bezeichnung stammt aus einem Brief, den der Zürcher Mathematiker *Heinrich Meier-Wunderli* 1986 an Richard Paul Lohse geschrieben hat.

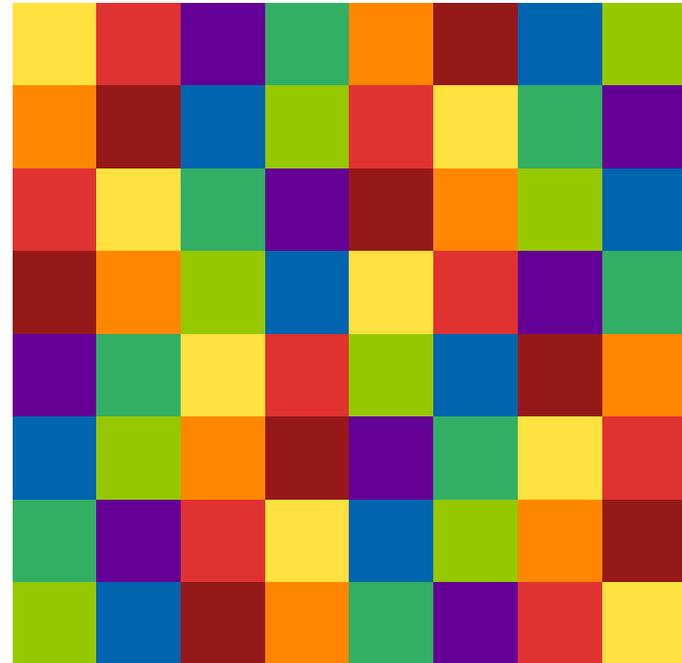
Wir nennen eine endliche Gruppe  $G$  eine **Lohse-Gruppe**, falls  $G$  eine Cayley-Tafel besitzt, welche ein Lohse-Quadrat ist.

Der erste, der meines Wissens Lohse-Gruppen untersucht hat, ist mein Studienkollege *David Meier*, ein Sohn von Heinrich Meier.

# Beispiele von Lohse-Gruppen



Zyklische Gruppe  $C_6$



Diedergruppe  $D_4$

# Die Vielfalt der Lohse-Gruppen

Tatsache ist nun, dass es sehr viele Lohse-Gruppen gibt!

## Satz

(David Meier, Roland Löttscher)

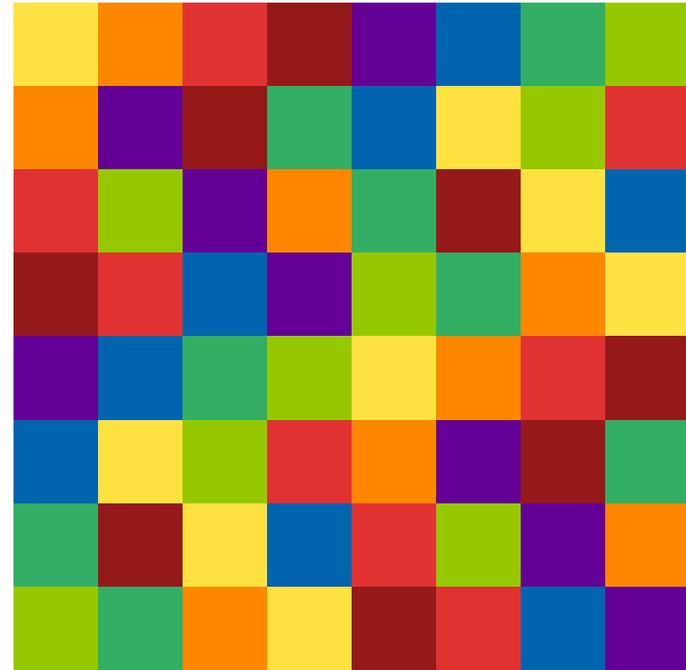
Alle endlichen Gruppen, mit Ausnahme der Gruppen der Ordnung 2, 3 und 4 sowie der **Quaternionengruppe  $Q_8$** , sind Lohse-Gruppen!

$\cdot$	1	$i$	$j$	$k$	-1	$-i$	$-j$	$-k$
1	1	$i$	$j$	$k$	-1	$-i$	$-j$	$-k$
$i$	$i$	-1	$k$	$-j$	$-i$	1	$-k$	$j$
$j$	$j$	$-k$	-1	$i$	$-j$	$k$	1	$-i$
$k$	$k$	$j$	$-i$	-1	$-k$	$-j$	$i$	1
-1	-1	$-i$	$-j$	$-k$	1	$i$	$j$	$k$
$-i$	$-i$	1	$-k$	$j$	$i$	-1	$k$	$-j$
$-j$	$-j$	$k$	1	$-i$	$j$	$-k$	-1	$i$
$-k$	$-k$	$-j$	$i$	1	$k$	$j$	$-i$	-1

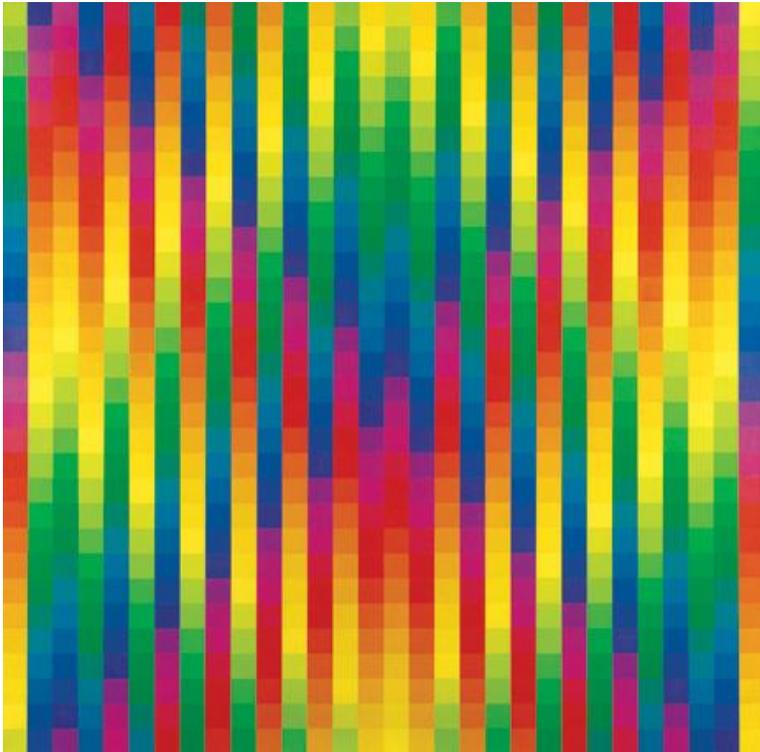
Quaternionengruppe  $Q_8$

# Die Quaternionengruppe

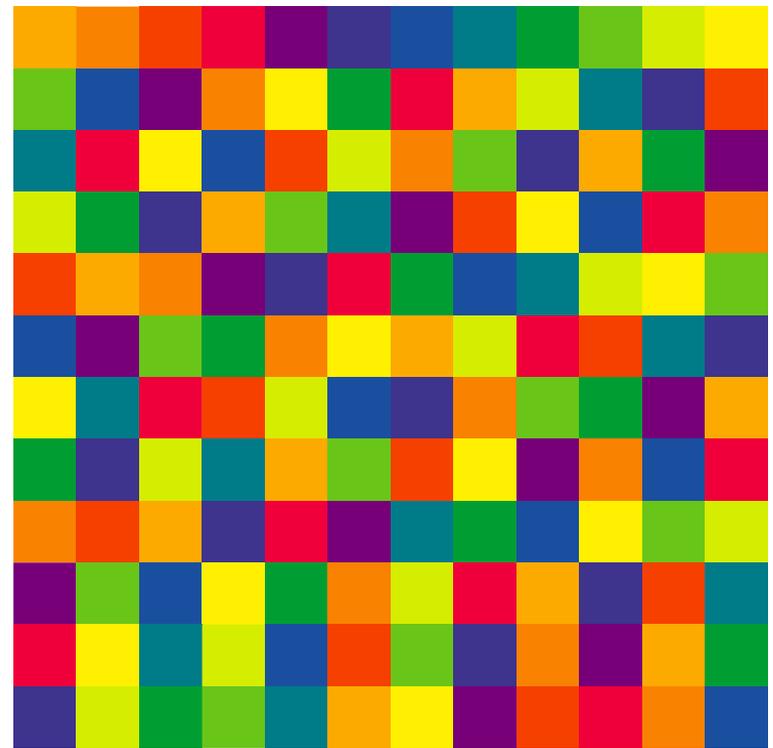
1	$i$	$j$	$k$	-1	$-i$	$-j$	$-k$
$i$	-1	$k$	$-j$	$-i$	1	$-k$	$j$
$j$	$-k$	-1	$i$	$-j$	$k$	1	$-i$
$k$	$j$	$-i$	-1	$-k$	$-j$	$i$	1
-1	$-i$	$-j$	$-k$	1	$i$	$j$	$k$
$-i$	1	$-k$	$j$	$i$	-1	$k$	$-j$
$-j$	$k$	1	$-i$	$j$	$-k$	-1	$i$
$-k$	$-j$	$i$	1	$k$	$j$	$-i$	-1



# Die Vielfalt der Lohse-Gruppen



Zyklische Gruppe  $C_{30}$



Alternierende Gruppe  $A_4$

Roland Lötcher

# Die Zürcher Konkreten

- „Zürcher Schule der Konkreten“ entstand in den 1930er-Jahren an der *Kunstgewerbeschule Zürich*
- Entwicklung einer gegenstandsfreien geometrisch-farblichen Ordnung
- Ausstellung „Zürcher Konkrete Kunst“, 1949 in Stuttgart, München und Zürich
- Zum Kern der „Zürcher Konkreten“ gehören
  - Max Bill (1908 – 1994)
  - Camille Graeser (1892 – 1980)
  - Verena Loewensberg (1912 – 1986)
  - Richard Paul Lohse (1902 – 1988)

# Le Corbusier

Charles-Edouard Jeanneret-Gris  
(1887–1965), genannt „Le Corbusier“  
schweiz.- franz. Maler, Architekt,  
Stadtplaner und Möbel-Designer.

„Après le Cubisme“, Manifest von Le  
Corbusier und A. Ozenfant (1918) für  
eine neue Kunst, den *Purismus*

Begründet den Architekturstil des  
*Brutalismus*



# L'Esprit Nouveau

Le Corbusier und Amédée Ozenfant:

Manifest für den *Purismus*:

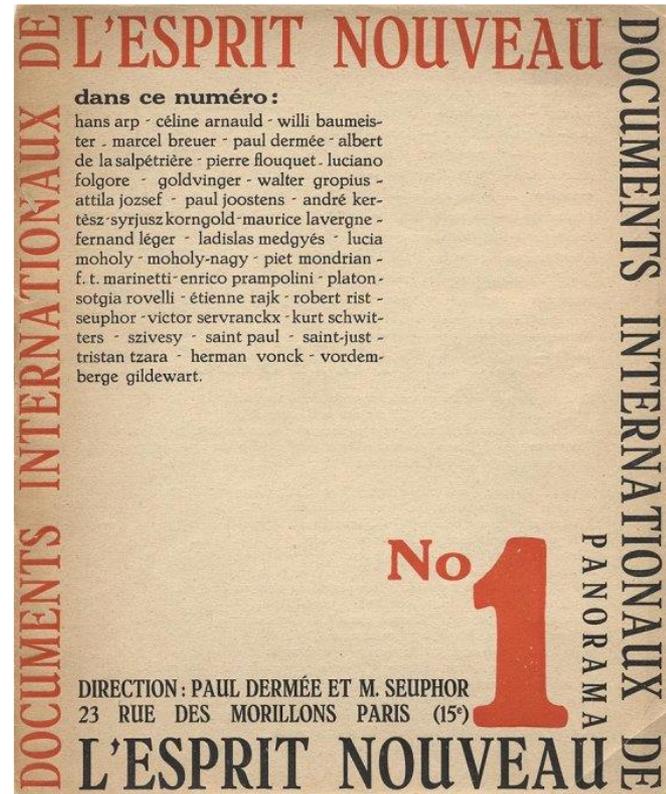
- Rationale Komposition des Bildes/Bauwerkes aus elementaren geometrischen Formen,
- Goldener Schnitt ist ideale Proportion
- Vermeidung rein dekorativer Effekte

Avantgarde-Zeitschrift

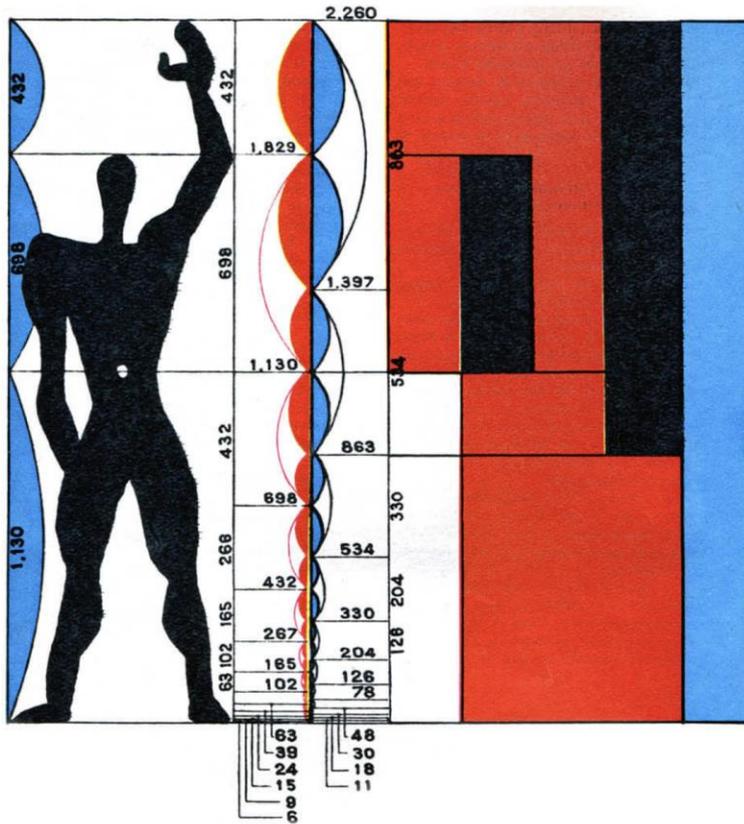
*L'Esprit Nouveau* (1920–1925)

hsg. Ozenfant, Le Corbusier et al:

- Breites Spektrum von Themen und Ideen aus Kunst, Literatur, Architektur und Wissenschaft

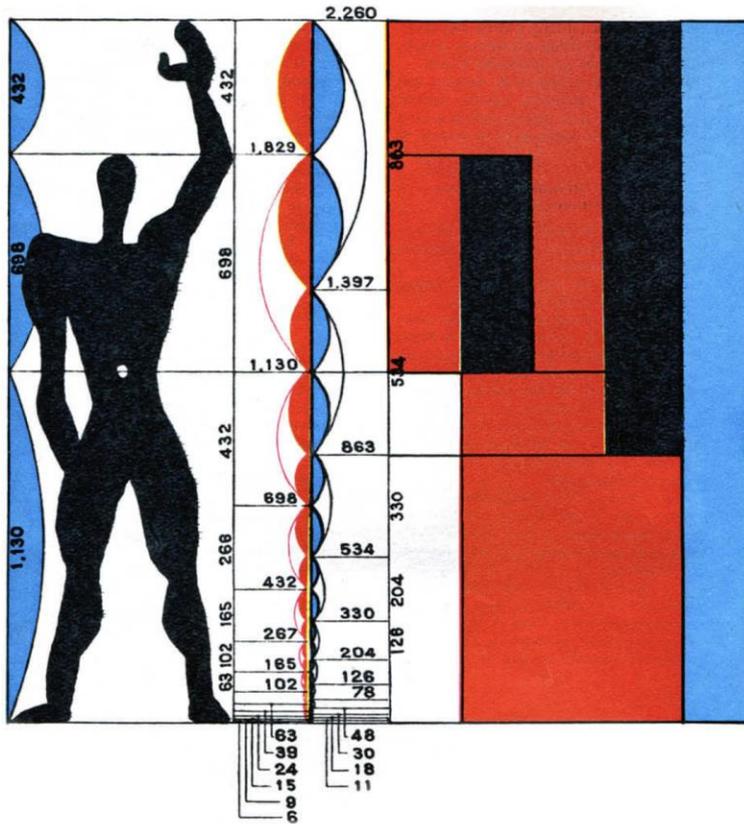


# Le Corbusiers Modulator



„Der Modulor ist ein Maßwerkzeug, das von der menschlichen Gestalt und der Mathematik ausgeht...“

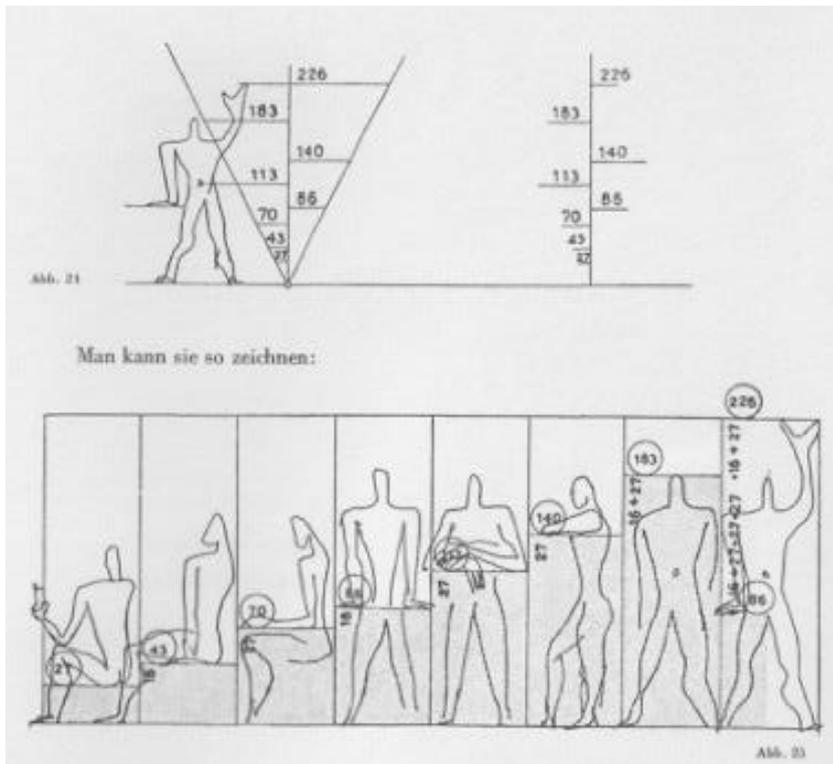
# Le Corbusiers Modulor



„... Ein Mensch mit erhobenem Arm liefert in den Hauptpunkten der Raumverdrängung - Fuß, Solarplexus, Fingerspitze des erhobenen Arms - drei Intervalle, die eine Reihe von goldenen Schnitten ergeben, die man nach Fibonacci benennt....“



# Der Modulor



Le Corbusier: Der Modulor, S. 67

Die drei Maße 113 (Solarplexus); 183 (Scheitel); 226 (Fingerspitze) sind die Eckpunkte der von Corbusier so genannten roten und blauen Reihe.

Rote Reihe: G.S. 113 – 183

4–6–10–16–27–43–70–113–183–296

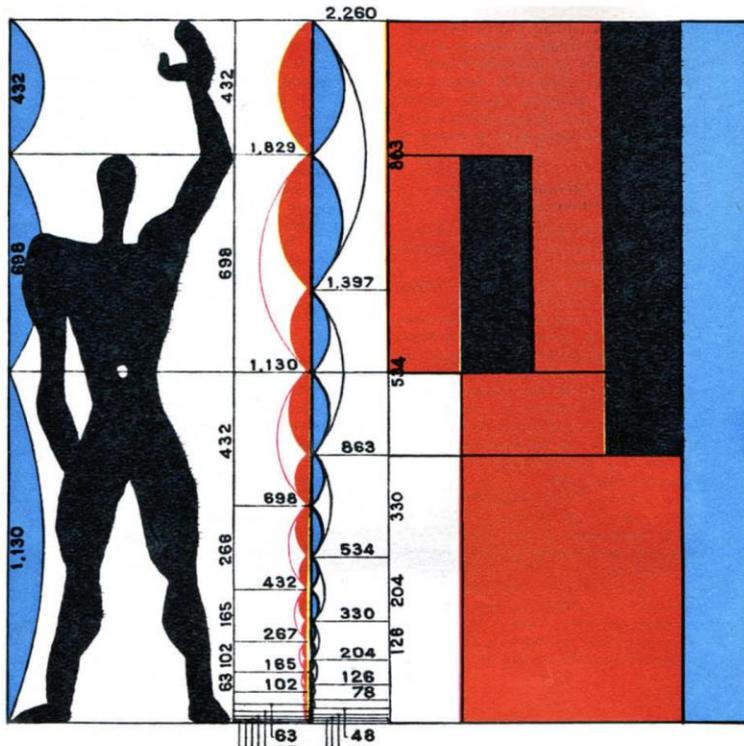
Blaue Reihe: G.S. 140 – 226

8–13–20–33–53–86–140–226–366–592

Fibonacci-Rekursion:

Nächstgrössere Zahl = Summe der beiden Vorgänger

# Der Modulor



Rote und blaue Reihe  
ausgedrückt in mm

Genauer in mm:

Rote Reihe: G.S. 1130 – 1829

39–63–102–165–267–432–698–1130–  
1829–2959

Blaue Reihe: G.S. 1397 – 2260

78–126–204–330–534–863–1397–  
2260–3658–5918

Fibonacci-Rekursion:

Nächstkleinere Zahl = Differenz der  
beiden Vorgänger



# Anwendung des Modulors

## Das Kloster Sainte-Marie de la Tourette



Gesamtansicht  
Foto unbekannt

- Das Kloster Sainte-Marie de la Tourette (nahe Lyon) ist eines der bedeutendsten Werke von Le Corbusier.
- Entstanden zwischen 1956 und 1960.
- La Tourette ist ein Gesamtkunstwerk:
- Kombiniert *puristische* Formen und *brutalistische* Texturen mit revolutionären Wohnformen

# Das Kloster Sainte-Marie de la Tourette

- Priesterseminar des Dominikanerordens 1945 im benachbarten Éveux gegründet.
- Ursprünglich in der Domaine de la Tourette einquartiert.
- Mit Neubau wird Le Corbusier beauftragt.
- Vertrag März 1953 abgeschlossen
- Bauphase 1956–1960
- Einweihung Oktober 1960



Ansicht von Süden  
Foto: Olivier Martin-Gambier

# Das Kloster Sainte-Marie de la Tourette



Eine Mönchszelle  
Foto: Olivier Martin-Gambier

- Nachwuchsmangel im Dominikanerorden → Priesterseminar im Sommer 1969 aufgegeben
- Umwandlung in eine Forschungs- und Bildungsstätte
- Tatkräftige Hilfe von verbliebenen Studenten des Priesterseminars

# Das Kloster Sainte-Marie de la Tourette

- Dominikanermönche machen Besucherführungen
- pflegen den Austausch mit Reisenden
- Reisende können im Kloster übernachten.
- La Tourette bevorzugtes Ziel für Exkursionen im Rahmen der Architekturausbildung.



Innenraum der Kirche  
Foto: Olivier Martin-Gambier

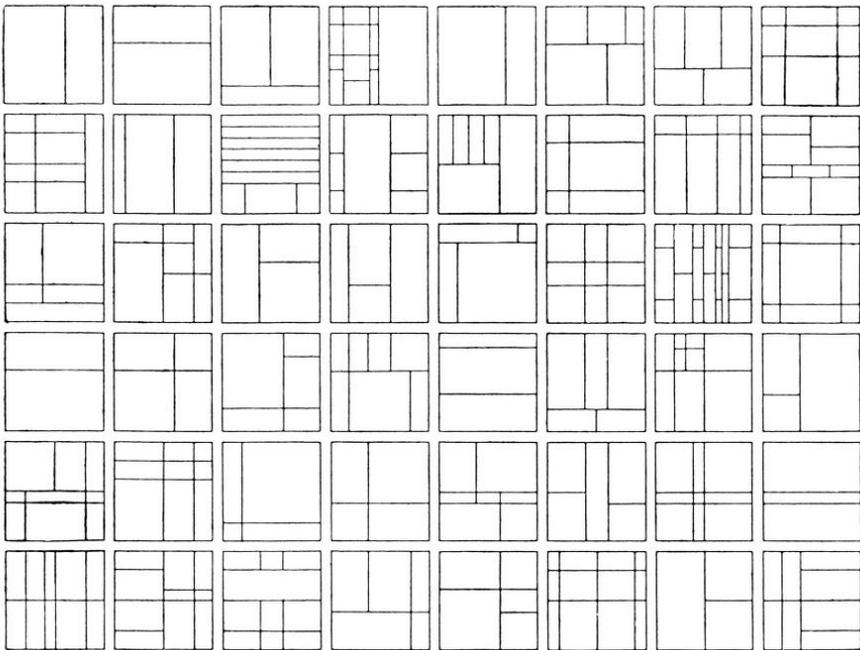
# Das Kloster Sainte-Marie de la Tourette



Innenhof mit Verbindungsgängen  
Foto: Olivier Martin-Gambier

- „pans de verre ondulatoires“  
Rhythmisierte Fensterteilung
- von *Iannis Xenakis* (1922–2001)  
Komponist und Architekt  
griechischer Herkunft
- Chefassistent von Le Corbusier  
beim Bau von La Tourette
- „Architektur ist gefrorene Musik“
- Fenster im Innenhof: verglaste  
Betonrahmen, Rechtecke gemäss  
„Spiel der Füllungen“ (Modulor)

# Das Kloster Sainte-Marie de la Tourette

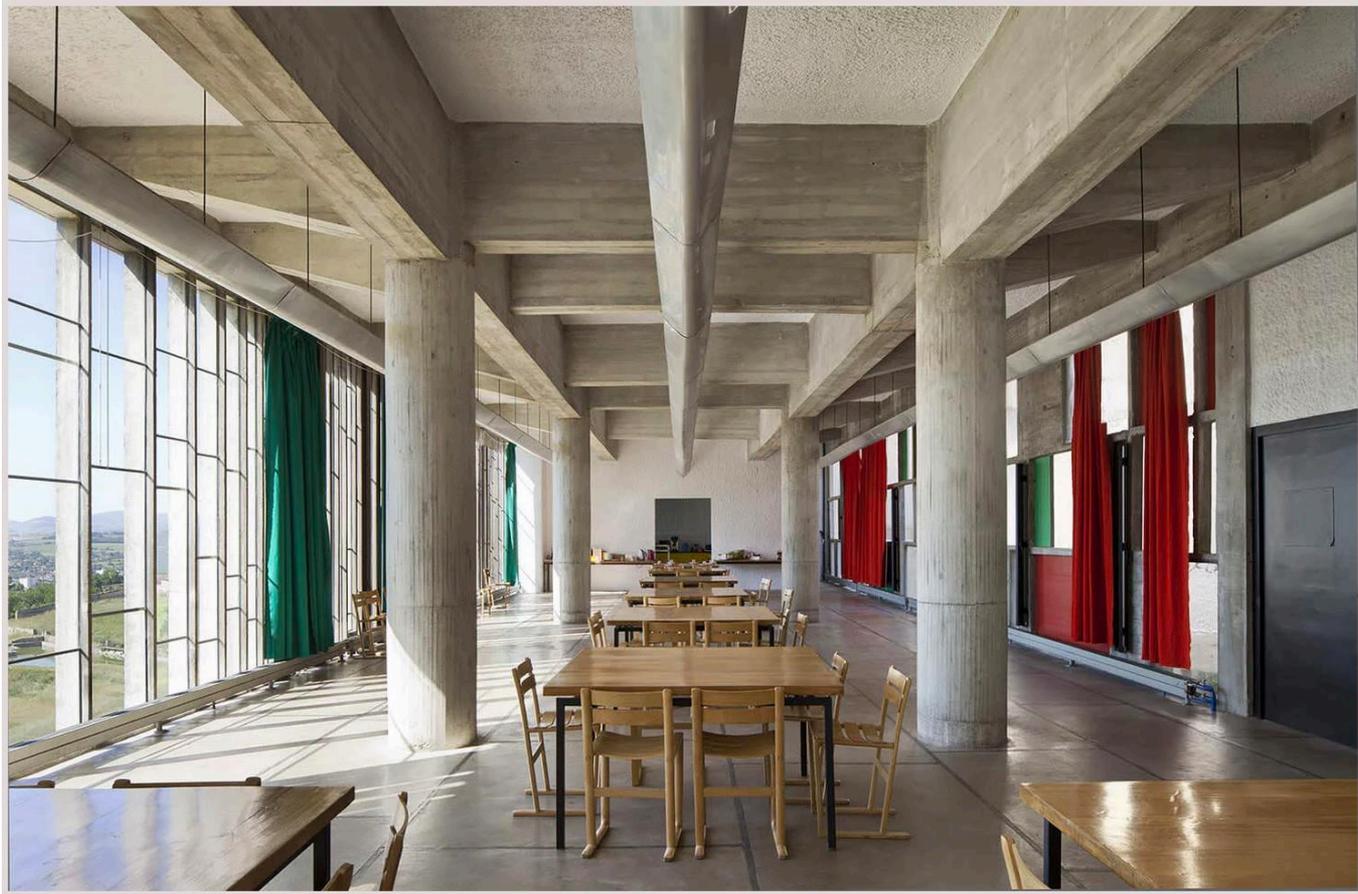


„Spiel der Füllungen“  
Der Modulor, S. 95

Die Fenster im Innenhof bestehen aus verglasten Betonrahmen, die Rechtecke entsprechen dem „Spiel der Füllungen“ (Modulor)

„Architektur ist gefrorene Musik“

# Das Kloster Sainte-Marie de la Tourette



Refektorium

Foto: Olivier Martin-Gambier