



# Mathematik fürs Gymnasium

Einblicke in die neuen Lehrmittel

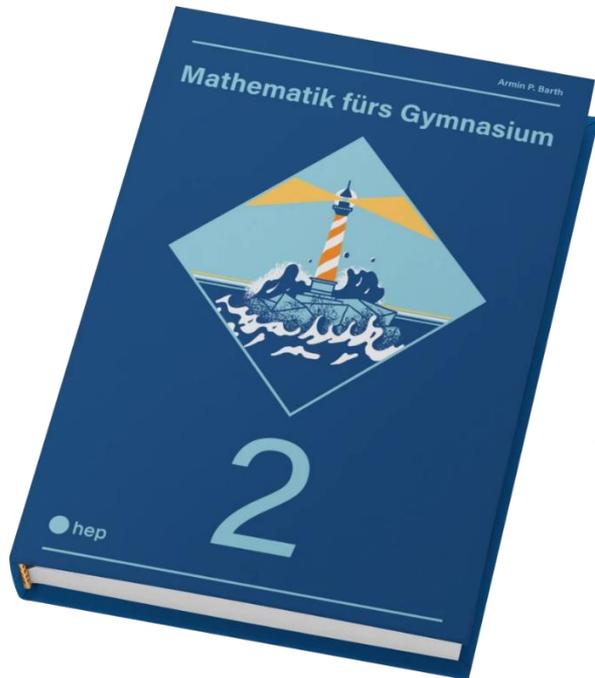
Zürich, KS Freudenberg, 14. September 2024

Armin P. Barth



CartoonStock.com

# Vorstellung der neuen Lehrmittel

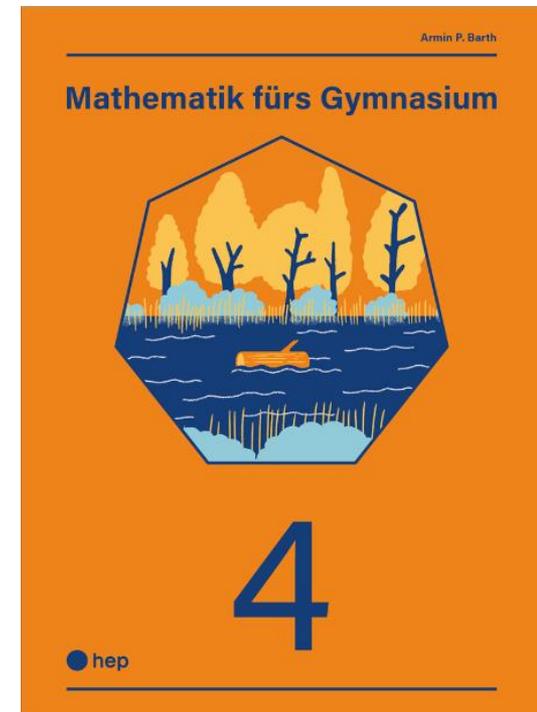


# Vorstellung der neuen Lehrmittel

Armin P. Barth  
«Mathematik fürs Gymnasium»

Hep Verlag AG, Bern, 2021, 2022, 2023, 2024

Bände I, II, III und IV



# Inhalte von Band I - III

## Band I

1. Reise ins Land der Mathematik
2. Zahlen
3. Terme, Gleichungen und Linearität
4. Lineare Gleichungssysteme
5. Quadratische Gleichungen
6. Funktionen

## Band II

1. Potenzen mit reellen Exponenten
2. Exponentialfunktion
3. Logarithmen
4. Zentrische Streckung, Strahlensätze und Ähnlichkeit
5. Trigonometrie
6. Folgen und Reihen

# Inhalte von Band I - III

## Band III

1. Grenzwerte von Folgen, Reihen und Funktionen
2. Stetigkeit
3. Differentialrechnung
4. Vektorgeometrie

# Inhalt von Band IV

## 1 Integralrechnung

- 1.1 Mit Rechtecken eine Fläche ausschöpfen
- 1.2 Riemannsumme und bestimmtes Integral
- 1.3 Der steinige Weg
- 1.4 Elementare Eigenschaften des bestimmten Integrals
- 1.5 Integralfunktion, Stammfunktion und Hauptsatz
- 1.6 Integrationsregeln
- 1.7 Integrieren für Fortgeschrittene
- 1.8 Flächeninhalt und Volumen
- 1.9 Gemischte Anwendungen zur Integralrechnung

## 2 Einführung in die beschreibende Statistik

- 2.1 Grundbegriffe
- 2.2 Lage- und Streumasse

## 3 Kombinatorik

- 1.1 Summen- und Produktregel
- 1.2 Permutationen, Variationen, Kombinationen
- 1.3 Kombinatorik für Fortgeschrittene

## 4 Wahrscheinlichkeitsrechnung

- 4.1 Zufallsexperiment, Ergebnis und Ereignis
- 4.2 Wahrscheinlichkeit, Laplace und das Gesetz der grossen Zahl
- 4.3 Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten
- 4.4 diskrete Zufallsgrössen und Verteilungen
- 4.5 Wichtige Verteilungen
- 4.6 stetige Zufallsgrössen, Normalverteilung

## 5 Elemente der beurteilenden Statistik

- 5.1 Parameter schätzen
- 5.2 Hypothesen testen

## 6 Einblicke in die Höhere Mathematik

- 6.1 Der Algorithmus von Newton-Raphson
- 6.2 Potenzreihen und Taylorreihen
- 6.3 Parametrisierte Kurven
- 6.4 Vektorfelder und Linienintegrale
- 6.5 Funktionen in mehreren Variablen
- 6.6 Komplexe Zahlen
- 6.7 Differentialgleichungen

# Alleinstellungsmerkmale

- Konsequente Umsetzung der Erkenntnisse der modernen Lehr- und Lernforschung
- Betonung auf Konzeptverständnis
- Es wird gezeigt, wie mathematische Erkenntnisse *entstehen*. (Entdeckungsprozesse, Argumente, Herleitungen, ...)
- Eignet sich hervorragend zum Selbststudium

# Zentrale Erkenntnisse der modernen LLF

- Das **Vorwissen** ist ein sehr wichtiger Prädiktor schulischen Erfolgs.  
Lernen ist ein schrittweiser Wissens- und Verstehens-Aufbau auf einer Basis von Vorwissen.
- Eine der Instruktion vorgelagerte **Erkundungsphase** verbessert das Lernen signifikant (Kognitive Aktivierung).
- Eine frühere naive Theorie wird durch guten Unterricht nicht „überschrieben“, sondern bestenfalls unterdrückt. → Unterricht ist auch ein ständiger Kampf gegen (dieselben) **Misskonzepte**.
- Ergebnisse aus Studien zeigen, dass die Auseinandersetzung mit typischen Fehlern Schülerinnen und Schüler zu einer vertieften Auseinandersetzung mit dem Stoff anregt – und nicht, wie befürchtet werden könnte, leicht zu falschem Denken verleitet.  
→ Positive **Fehler-Kultur** pflegen

# Zentrale Erkenntnisse der modernen LLF

- **Mental tools** erleichtern das Verständnis theoretischer Zusammenhänge, indem sie die Aufmerksamkeit auf abstrakte Merkmale lenken. Und sie spielen beim Transfer von Wissen eine zentrale Rolle
- Massnahmen zur **Konzeptsicherung** (gefolgt von Üben&Anwenden) führen eher zu intelligentem und nachhaltigem Wissen als blosses Üben&Anwenden.
- Zahlreiche Studien belegen die sehr positiven Effekte von **Selbsterklärungen** in allen möglichen Kontexten.
- Zur Vertiefung des Wissens haben sich in der Lehr- und Lernforschung auch Aufträge für **metakognitive Fragen** besonders bewährt. Während es bei Selbsterklärungs-Aufträgen und Modellvergleichen darum geht, dass die Schülerinnen und Schüler das Gelernte richtig wiedergeben und von Falschem abgrenzen, dienen metakognitive Fragen vor allem dazu, sie zu einer präzisen Bestandsaufnahme ihres eigenen Kenntnisstandes anzuleiten – wozu unter Umständen auch eine genaue Analyse des eigenen Nichtwissens zählen kann.

# Zentrale Erkenntnisse der modernen LLF

- **Formative Assessments** fördern intelligentes und nachhaltiges Lernen.
- Die Transfer-Forschung der vergangenen Jahrzehnte hat gezeigt, dass menschliche Kognition weitaus situations- und anforderungsspezifischer ist, als dies lange Zeit in Theorien der Informationsverarbeitung angenommen wurde (**Situiertes Lernen**). Aufgaben aus unterschiedlichen Inhaltsgebieten können sich trotz isomorpher Struktur deutlich in ihrer Schwierigkeit unterscheiden, und die beim Lösen bestimmter Aufgaben erworbenen Strategien werden nur selten spontan auf neue Aufgaben ähnlicher oder gleicher Struktur übertragen. Die Ergebnisse der Forschung zur Expertise gehen in eine ähnliche Richtung: Menschen, die in einem bestimmten Bereich Höchstleistungen erbringen, erweisen sich in anderen - teilweise sogar angrenzenden - Bereichen als lediglich durchschnittlich.

# Konsequenzen für die neuen Bücher

- Der Pflege des Vorwissens und dem kleinschrittigen Wissensaufbau viel Wert beimessen: «Lesetexte»
- Jeder Instruktion eine Erkundungsphase voranstellen: «Selber erforschen»
- Misskonzepten und Fehlern breiten Raum geben (SuS lernen zu erklären, warum falsche Dinge falsch und warum wahre Dinge wahr sind.) «Wahr oder falsch?»
- Mental tools einbauen
- Massnahmen zur Konzeptsicherung / Selbsterklärungen einbauen: «Selber erklären»
- Metakognitive Fragen bereitstellen: «Über den eigenen Wissensstand nachdenken»
- Transfer fördern durch gut angeleitete Ausflüge in andere Inhaltsgebiete
- Formative Assessments anbieten: «Nachttests»
- Usw.

# Neuster Trend: Zurück zu Büchern

→ Gerade in skandinavischen Ländern

→ Aida Bikic, Universität Odense, Süddänemark:

«Die neuen Medien schaffen Abhängigkeiten, machen süchtig. Jugendliche können dem nicht standhalten. Unkonzentriertheit, Abgestumpftheit und Traumatisierung, Selbstverletzung, Verunsicherung und Einsamkeit sind die Folgen, deren Zunahme in Langzeit-Studien in Dänemark nachgewiesen wurden.»

→ Kinderschutzorganisation Borns Vilkar:

$\frac{3}{4}$  aller Kids zwischen 9 und 14 Jahren haben schon Menschen gesehen, die Kinder schlagen, Livestreams eines Selbstmordes, Dickpics, Vergewaltigungen, hardcore Pornos...

→ Jonathan Haidt, Prof. für Psychologie an New York Uni:

«Wir haben zugelassen, dass eine ganze Generation von jungen Menschen mit ihrem Aufwachsen in der Interaktion mit Smartphones, social media und Selfie-Kultur Opfer eines Experimentes von bisher unbekanntem Ausmass geworden sind. Wir verlieren unsere Kinder an die virtuelle Welt. Wir setzen ihre psychische Gesundheit aufs Spiel.»

# Neuster Trend: Zurück zu Büchern

Eine Auswahl von Studien:

→ K. Purba, M. Henderson, A. Baxter, S. V. Katikireddi, and A. Pearce, ‘The relationship between time spent on social media and adolescent alcohol use: a longitudinal analysis of the UK Millennium Cohort Study’, *European Journal of Public Health*, vol. 33, no. 6, pp. 1043–1051, Dec. 2023, doi: 10.1093/eurpub/ckad163

→ Ra CK, Cho J, Stone MD, et al. Association of Digital Media Use With Subsequent Symptoms of Attention-Deficit/Hyperactivity Disorder Among Adolescents. *JAMA*. 2018;320(3):255–263. doi:10.1001/jama.2018.8931

**(2787 Probanden, mean age 15.5 y, Beobachtung über 2 Jahre, signifikanter Zusammenhang zwischen «frequency of social media activities and rate of having ADHD symptoms»)**

→ Wallace J BE, Ouellet J, Afzali MH, Conrod P. Screen time, impulsivity, neuropsychological functions and their relationship to growth in adolescent attention-deficit/hyperactivity disorder symptoms. *Sci Rep*. 2023 Oct 23;13(1):18108.

**(4000 Canadian high school students. ”Increases in screen time in a given year were associated with an exacerbation of ADHD symptoms within that same year.”)**

# Aufbau

→ Enthält alles von Einstiegsaufgaben bis hin zu Lernzielen:

- kognitive aktivierende Einstiegsaufgaben
- Sehr ausführliche Lesetexte
- Mental tools
- Aufgaben zur Konzeptsicherung
- Übungs- und Anwendungsaufgaben
- Ausführliche Lösungen dazu
- Aufgaben zur Binnendifferenzierung
- Ausflüge aller Art
- Zusammenfassungen
- Lernziele
- Zusätzliches Übungsmaterial

# Die 5 Phasen jedes Kapitels

## Phase 1:

Selber erforschen / kognitive Aktivierung

## Phase 2:

Lehrtext

## Phase 3:

Wissenssicherung (Selbsterklärungsaufgaben, Sicherung des Konzeptverständnisses)

## Phase 4:

Üben und Anwenden (inkl. Knacknüsse, diverse Ausflüge)

## Phase 5:

Metakognitionsfragen (Lernziele), Zusammenfassung, Nachtest

# Beispiel zu Phase 1: Selber erforschen

- Aufgabe 1

Was für ganz praktische Gründe könnten dafür verantwortlich gewesen sein, dass die Menschen negative Zahlen eingeführt haben? Wofür wurden und werden sie mit Vorteil verwendet?

- Aufgabe 2

Können Sie drei verschiedene Gleichungen angeben, die man in natürlichen Zahlen nicht lösen kann?

- Aufgabe 3

Welche Zahl ist ebenso viel kleiner als  $\frac{4}{5}$  wie sie grösser als  $\frac{2}{3}$  ist?

## Beispiel zu Phase 1: Selber erforschen

- Aufgabe 4

Gegeben seien die beiden rationalen Zahlen  $\frac{1}{3}$  und  $\frac{1}{2}$ . *Rational* wird jede Zahl genannt, die sich in der Form  $\frac{p}{q}$  mit ganzen Zahlen  $p$  und  $q$  schreiben lässt, wobei der Nenner natürlich nicht 0 sein darf.

- a) Können Sie eine neue rationale Zahl finden, die zwischen den beiden genannten Zahlen liegt?
- b) Wie viele rationale Zahlen gibt es wohl insgesamt zwischen den beiden genannten Zahlen? Und wie kann man einige davon konkret angeben?
- c) Was kann man ganz allgemein darüber sagen, wie viele rationale Zahlen zwischen irgend zwei beliebigen (voneinander verschiedenen) Zahlen gefunden werden können?
- d) Welches ist die nächstgrössere rationale Zahl nach  $\frac{1}{3}$ ?

## Beispiel zu Phase 2: Lesetexte

- Ausführliche Lesetexte, die Wert auf die Entstehungsprozesse aller Erkenntnisse legen
- Detaillierte Erklärungen, Herleitungen, Beweise
- Definitionen
- «Merkes»
- Sätze
- Illustrationen, mental tools
- Ideale Lern-Grundlage

## Beispiel zu Phase 3: Selber erklären

- Aufgabe 1

Können Sie gut erklären, was man unter der Menge der ganzen Zahlen versteht? Und zwei Gleichungen angeben, nämlich eine erste, die in der Menge der ganzen Zahlen lösbar ist und eine zweite, die das nicht ist?

- Aufgabe 2

Jemand definiert recht ungenau: *Eine rationale Zahl ist ein Bruch*. Wie muss man diese Formulierung ergänzen oder präzisieren?

- Aufgabe 3

Es seien  $M$ ,  $N$  und  $P$  drei Mengen. Wir wissen, dass  $M \subset N$  und dass  $N \subset P$  gilt. Können Sie gut begründen, weshalb dann auch  $M \subset P$  gelten muss?

## Beispiel zu Phase 3: Selber erklären

### Aufgabe 4

Hier sehen Sie einige Zahlen und einige Mengen. Bitte setzen Sie immer dann ein Kreuz, wenn eine Zahl Element einer Menge ist. Die erste Zeile ist bereits ausgefüllt.

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$
-3		X	X
57			
$\frac{8}{9}$			
4.12			
$\pi$			

Willy behauptet nun: Immer, wenn man irgendwo ein Kreuz gesetzt hat, sind bestimmt rechts davon in derselben Zeile auch Kreuze. Trifft das zu? Begründen Sie.

# Beispiel zu Phase 3: Schüttelbeweis

$$12n^2 = m^2$$

Angenommen,  $\sqrt{12}$  wäre rational.

Auf der linken Seite dagegen kommt der Primfaktor 3 insgesamt in ungerader Anzahl vor, nämlich in gerader Anzahl in der Quadratzahl  $n^2$  und dann noch einmal mehr.

Folglich muss die Annahme falsch gewesen sein;  $\sqrt{12}$  ist also nicht rational und somit irrational.

Durch Primfaktorzerlegung der Zahl 12 könnte man das wie folgt umschreiben:

Durch Multiplikation mit  $n$  und Quadratur würde dann aus der Gleichung

$$\frac{m}{n} = \sqrt{12} \text{ dies folgen:}$$

$$2^2 \cdot 3 \cdot n^2 = m^2$$

Beweis:

Auf der rechten Seite ( $m^2$ ) kommt der Primfaktor 3 sicherlich in gerader Anzahl vor, weil  $m^2$  eine Quadratzahl ist.

□

Dann müsste sich  $\sqrt{12}$  in der Form  $\frac{m}{n}$  schreiben lassen für zwei natürliche Zahlen  $m$  und  $n$  und  $n \neq 0$ .

Das ist ein Widerspruch, denn dieselbe Zahl kann nicht zwei verschiedene Primfaktorzerlegungen haben.

## Beispiel zu Phase 3: Lücken füllen

Bitte tragen Sie in jedem Kästchen die korrekte, dort passende Zahl ein:

a)  $\sqrt{\square} = 4$ , weil  $\square^2 = \square$

b)  $\sqrt{121} = \square$ , weil  $\square^2 = \square$

c)  $\sqrt{\square} = \square$ , weil  $9^2 = \square$

d)  $\sqrt{\square} = \square$ , weil  $\square^2 = 0.01$

e)  $\sqrt{9} + \sqrt{25} = \sqrt{\square}$

usw.

## Beispiel zu Phase 3: Wahr oder falsch?

Können Sie bei jeder dieser Behauptungen entscheiden, ob sie wahr oder falsch ist? Und Ihren Entscheid jeweils gut begründen?

- a) Für jede nicht-negative Zahl  $a$  gilt:  $(\sqrt{a})^2 = a$
- b) Für jede nicht-negative Zahl  $a$  gilt:  $\sqrt{a^2} = a$
- c) Für jede reelle Zahl  $a$  gilt:  $\sqrt{a^2} = a$
- d) Die Zahlen 10 und  $-10$  bilden zusammen die Quadratwurzel von 100.
- e)  $\sqrt{225 \cdot 81} = \sqrt{225} \cdot \sqrt{81} = 15 \cdot 9 = 135$
- f)  $\sqrt{625 - 49} = \sqrt{625} - \sqrt{49} = 25 - 7 = 18$
- g)  $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{27}{3}} = \sqrt{9} = 3$

u.s.w.

## Beispiel zu Phase 4: Üben und anwenden

Ganz viele «klassische» Übungs- und  
Anwendungsaufgaben...

# Beispiel zu Phase 4: Knacknüsse

- Aufgabe 1

Stellen Sie sich ein unendlich grosses Schachbrett vor, also ein Schachbrett mit unendlich vielen Feldern, das sich auf alle vier Seiten unendlich weit ausdehnt. Nun erfahren Sie drei Dinge über dieses Brett: Erstens: Irgendjemand hat auf jedem Feld dieses Brettes eine natürliche Zahl notiert. Zweitens: Es gilt für jedes Feld, dass die darauf notierte Zahl gerade der Durchschnitt der vier Zahlen auf den vier benachbarten Feldern ist. Drittens: Es gibt ein Feld, auf dem die Zahl 8 steht.

Was können Sie aus diesen Angaben über die Zahlen auf dem Brett schliessen? Und können Sie Ihre Behauptung auch beweisen?

- Aufgabe 2

Auf einem Tisch liegen 9 Münzen, 5 zeigen „Kopf“, und 4 zeigen „Zahl“. Sie werden eingeladen, an dem folgenden Spiel teilzunehmen: Ein Spielzug besteht in dem gleichzeitigen Umdrehen von genau zwei Münzen nach Ihrer Wahl. Sie dürfen so viele Spielzüge machen, wie Sie wollen, am Ende sollen aber alle Münzen „Zahl“ zeigen. Können Sie das Ziel erreichen?

## Beispiel zu Phase 4: «Mathemagie»

Möchten Sie Bekannte oder Verwandte mit einem Zaubertrick verblüffen? Mit dem folgenden Trick dürfte Ihnen das vielleicht gelingen: Sie basteln sich die abgebildeten fünf Karten und legen diese auf dem Tisch vor der Person, die Sie überraschen möchten, aus.

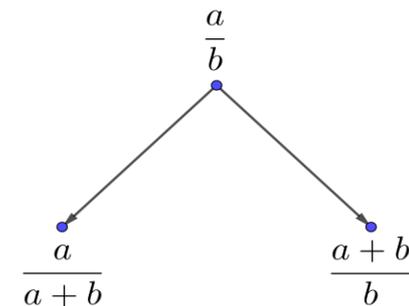
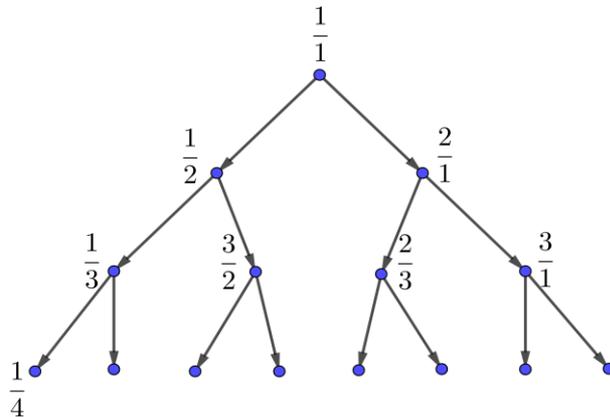
Karte 0	Karte 1	Karte 2	Karte 3	Karte 4
1 3 5 7	2 3 6 7	4 5 6 7	8 9 10 11	16 17 18 19
9 11 13 15	10 11 14 15	12 13 14 15	12 13 14 15	20 21 22 23
17 19 21 23	18 19 22 23	20 21 22 23	24 25 26 27	24 25 26 27
25 27 29 31	26 27 30 31	28 29 30 31	28 29 30 31	28 29 30 31

Nun behaupten Sie theatralisch, Sie könnten erraten, an welchem Tag des Monats die Person Geburtstag hat. Dazu muss die Person Ihnen lediglich alle Karten zeigen, auf denen dieser Tag verzeichnet ist. Wäre der Geburtstag zum Beispiel am 14. eines Monats, so müsste Ihnen die Person lediglich die Karten 1, 2 und 3 zeigen, und schon könnten Sie daraus den Tag berechnen. Im Gegensatz zu den meisten Zaubertricks sind wir hier in der Lage, den Trick genau zu verstehen. Wie funktioniert er denn?

# Beispiel zu Phase 4: Ausflüge

## Ausflüge zu:

- Im Jahr 2006 publizierte Filip Saidak in der Zeitschrift *American Mathematical Monthly* einen ganz neuen Beweis der Tatsache, dass es unendlich viele Primzahlen gibt ...
- Abzählbarkeit und Überabzählbarkeit
- Im Jahr 2000 beschrieben die beiden Mathematiker Neil Calkin und Herbert Wilf in einer ihrer Publikationen einen ganz besonderen «Baum», den sogenannten *Calkin-Wilf-Tree*.



# Beispiel zu Phase 4: Ausflüge in Band I

## Ausflüge zu:

- Josephus-Problem
- Beweise ohne Worte
- Secret Sharing
- Computer-Tomographie
- Eine 2019 wieder entdeckte Lösungsmethode für quadratische Gleichungen
- Origami-Mathematik
- Goldener Schnitt
- Polynomgleichungen 3. und höheren Grades
- Hat jede Funktion eine Funktionsgleichung?
- Modellbildung
- Geschichte der Mathematik
- Laplace-Dämon
- ...

## Beispiel zu Phase 4: Ausflüge in Band IV

Ausflug 1.3: Bemerkungen zur Geschichte der Integralrechnung

Ausflug 1.5: Gleichförmig beschleunigte Bewegung

Ausflug 1.6: Integration und das Gesetz von Hagen-Poiseuille

Ausflug 4.2: Gregor Mendels Erbsen

Ausflug 4.3.1: Hat die Mondlandung stattgefunden?

Ausflug 4.3.2: Der Ungewissheit ein Schnippchen schlagen

Ausflug 4.3.3: Monte-Carlo-Primzahltest

Ausflug 4.3.4: Einwegeigenschaft von Hash SHA-25

u.a.m.

# Beispiel zu Phase 5: Metakognitionsfragen

## Aufgabe 1

Fühle ich mich sicher im Umgang mit der Quadratwurzel? Kenne ich insbesondere die Wurzelgesetze? Und könnte ich den folgenden Satzanfang zu einer sauberen Definition der Quadratwurzel vervollständigen? «Unter der Quadratwurzel einer nicht-negativen reellen Zahl  $a$  versteht man ...»

## Aufgabe 2

Sei  $a$  eine nicht-negative reelle Zahl. Ist mir der Unterschied zwischen den beiden folgenden Fragen bewusst? Kann ich für ein konkretes Beispiel für  $a$  beide Fragen beantworten?

Frage 1: Was ist die Quadratwurzel von  $a$ ?

Frage 2: Welche Lösungen hat die Gleichung  $x^2 = a$  in der Grundmenge der reellen Zahlen?

## Aufgabe 3

Habe ich gut verstanden, wie der Algorithmus von Heron abläuft und warum er immer bessere Näherungswerte für eine gesuchte Quadratwurzel produziert?

## Beispiel zu Phase 5:

Zusammenfassungen der Inhalte

Nachtest

# Feedback

Stimmen von SuS, die 4 Jahre mit meinen Materialien gearbeitet haben:

«Die Selbsterklärungsaufgaben waren sehr gut, da man damit 1. die Theorie nochmals erlernen konnte und 2. schauen, welchen Teil der Theorie noch unverständlich war. Zusätzlich war die Theorie immer hilfreich und der Schwierigkeitsgrad der Aufgaben steigerte sich im Verlaufe des Dossiers. Alles in einem fand ich die Dossiers immer sehr hilfreich und gut strukturiert.»

«Das Skript ist sehr gut. Nachdem Sie etwas im Unterricht erklären, gibt es passende Übungen, um das erworbene Wissen einzusetzen. Die Selbsterklärungsaufgaben sind ebenfalls sehr gut, da man dabei merkt, ob man es selber verstanden hat. Und sollte man etwas nicht verstanden, mitbekommen oder vergessen haben, kann man wieder im Theorieteil nach schauen. Ich habe nichts am Skript auszusetzen und ehrlich gesagt keine spezifischen Verbesserungsvorschläge.»

# Feedback

«Der Theorieteil im Skript = sehr ausführlich und gut verständlich. Das liegt aber glaube ich auch daran, dass wir alles auf PowerPoint vorher angeschaut haben (das fand ich aber auch sehr wichtig für das Verständnis!) Die Erklärtexte habe ich dementsprechend nicht immer super genau durchgelesen, aber man fühlt sich gelassener beim Zuhören, weil man wusste, dass man eigentlich alles nochmals nachlesen konnte.»

«Die Selbsterklärungsaufgaben fand ich sehr gut. Damit konnte ich einschätzen wie gut ich alles verstanden hatte. Auch Hugos Fehler halfen, um zu realisieren, was man selbst vielleicht falsch gemacht hätte. Hätten Sie uns aber nicht so "gezwungen", hätte ich diese Aufgaben nicht sehr seriös gelöst, da sie recht trocken sind. -> deshalb fand ich es gut, dass sie ab und zu Aufträge zu diesen Erklärungsaufgaben gegeben haben. Ich werde Hugo nie vergessen. Immer wenn ich den Namen Hugo sehe, läuten die Alarmglocken. Führen Sie das unbedingt weiter. Das ist etwas Kleines, aber es bewirkt viel. »

# Feedback

«Ich fand die Skripts sehr sinnvoll strukturiert. Es war ein sehr guter Zusatz zur “mündlichen” Lektion. Die Texte, die man lesen musste, waren ein perfektes Ergänzen bzw. eine gute Wiederholung des Stoffes. Die Selbst erklären sind zwar an dieser Zeitpunkt mühsam zu lösen, aber sind bei Prüfungsvorbereitungen sehr hilfreich, da man sie mit eigenen Worten verfasst hat.»

## Ein Mail, das ich kürzlich erhielt:

Guten Morgen Herr Barth

Wir waren vor rund einem Jahr in Kontakt , es ging um meine Rückfragen zum Buch Mathematik fürs Gymnasium 1. Nach unserem Austausch habe ich das kommende (somit das vergangene) Jahr mit dem Buch vorbereitet und durchgeführt.

Nach diesem Jahr bin ich überzeugt vom Arbeiten mit diesem Buch. Die Lernenden sind mit sehr viel nachhaltigerem Wissen ausgestattet, das ist im Unterricht gut spürbar. In der jetzigen unterrichtsfreien Zeit bin ich nun am Optimieren und Anpassen meines Unterrichts.

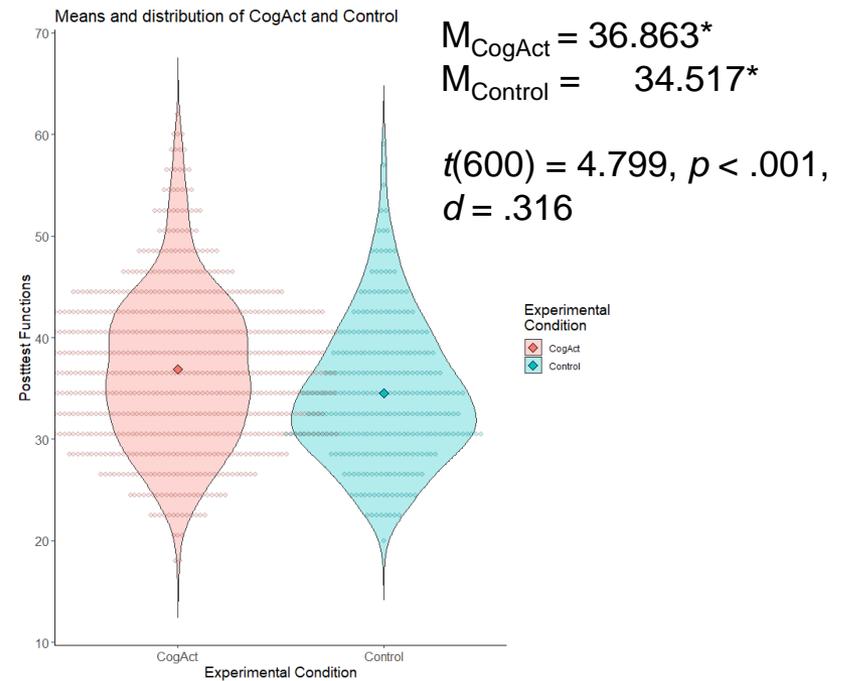
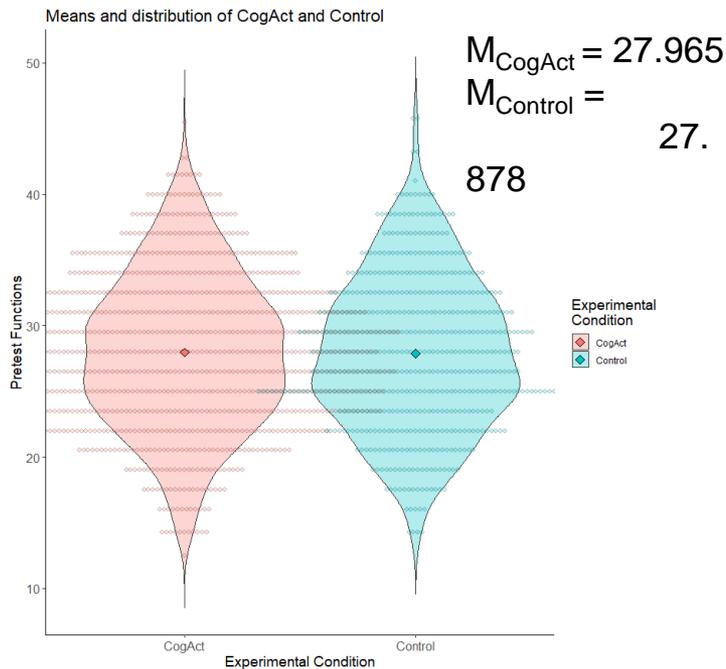
## Ein anderes Mail, das ich kürzlich erhielt:

- Mein Name ist XXXXXXXXXXXX und ich strebe aktuell die Eidgenössische Maturität an. Im Sommer werde ich zur zweiten Teilprüfung antreten. Mithilfe Ihrer Bücher "Mathematik fürs Gymnasium" konnte ich mir die die Grundfertigkeiten in Mathematik aneignen. Dafür möchte ich Ihnen meinen herzlichsten Dank aussprechen! Mathematik war sehr lange mein schwächstes Fach und musste im letzten Jahr die Grundlagen aus der Mathematik autodidaktisch aufarbeiten. Mittlerweile bin ich begeistert von der Disziplin und habe mich auch mit viel Freude an einigen Aufgaben aus dem Café Mathe versucht. Sollte ich die Prüfungen bestehen, beginne ich im Herbst das Studium Gesundheitswissenschaften und Technologie an der ETH.
- Ich empfehle die Bücher übrigens bereits fleissig, meine Schwester hat gerade die Empfehlung fürs Gymnasium bekommen und ist leider auch ein Exemplar aus der Kategorie "Erlernete Hilflosigkeit" und ging direkt davon aus, dass sie in Mathematik Minuspunkte sammeln wird. Ich habe ihr vor einigen Wochen das erste Buch geliehen und sie war begeistert, also hab ich ihr ihre eigenen Exemplare besorgt.

→ Resultate der TRAM-Studie (2023):

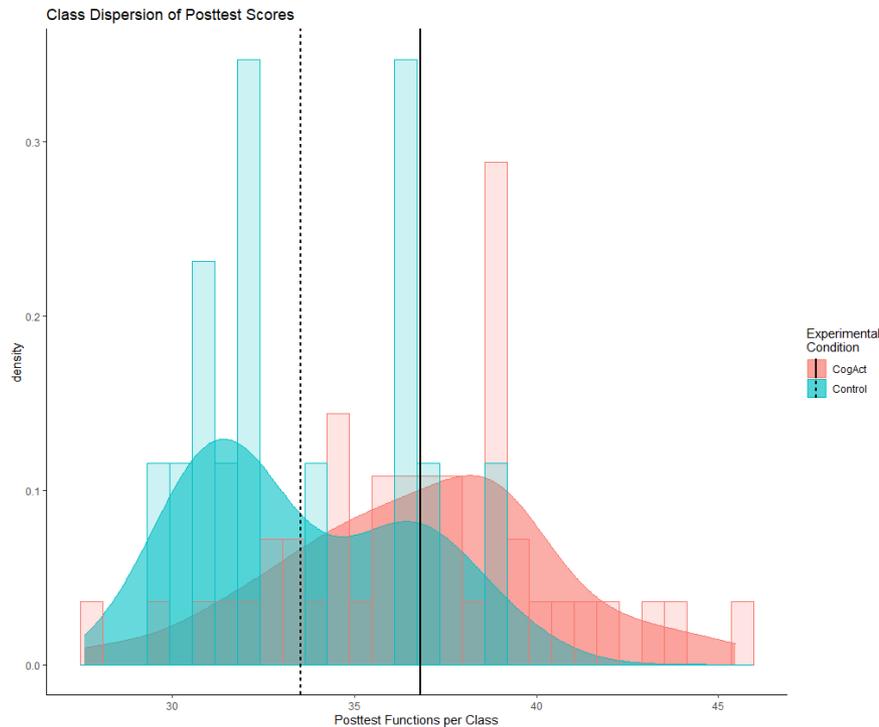
# Functions Pretest and Posttest

## Means and distribution per condition



# Functions Pretest and Posttest:

## Class level dispersion Posttest Functions



Large variation, due to lower number of classes with completed posttests

**45 CogAct** classes

**14 Control** classes

Total number of **1026 students**

$$M_{\text{CogAct}} = 36.817^*$$

$$M_{\text{Control}} = 33.528^*$$

$$t(26) = 3.36, p = .002$$

Thus, similar to the difference on individual level, we see a significant mean difference between classes in CogAct condition and control condition

**Danke für Ihre Aufmerksamkeit!  
Fragen / Bemerkungen?**

