

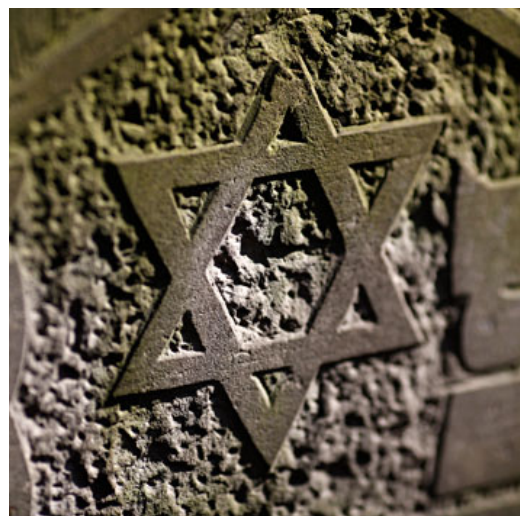
51

# Die Mathematik des Jüdischen Kalenders

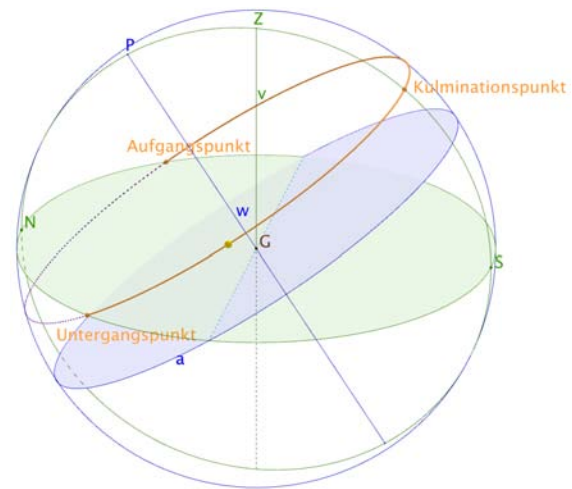
Workshop am TMU, Frauenfeld, 11. Elul 5779

## Ablauf

- Astronomische Grundlagen
- Geschichte des Jüdischen Kalenders
- Der Jüdische 19-jährige Zyklus
- Exakte Grundlagen des zyklischen Jüdischen Kalenders
- Bestimmung des Jahresbeginns



# Astronomische Grundlagen



## Sonnentag – synodischer Monat – tropisches Jahr

Alltagsbegriffe müssen präzisiert werden:

- **Mittlerer Sonnentag** (= 1d): Einteilung in 24 gleich lange Stunden.  
**Wahrer Sonnentag**: Zeitspanne zwischen zwei aufeinander folgenden Kulminationen der Sonne.
- Astronomische **Lunation**: Zeitintervall zwischen zwei aufeinander folgenden gleichen Mondphasen (Neumonden).  
Mittlere astronomische Lunation = **synodischer Monat**. Dauer **29.530589 d.**
- Astronomisches **Sonnenjahr (tropisches Jahr)**: Zeitspanne zwischen zwei aufeinander folgenden Durchgängen der Sonne durch den Frühlingspunkt.  
Dauer **365.242363 d.**

## Lunisolarkalender

- Der Jüdische Kalender beschreibt primär den Mondlauf, berücksichtigt aber auch das Sonnenjahr:
- Der Jüdische Kalender ist ein **Lunisolarkalender**.
- Babylon (6. Jh. v.Chr.): 19 Sonnenjahre entsprechen 235 synodischen Monaten.

$$19 \cdot 365.242363 \text{ d} \approx 6939.604897 \text{ d} \approx 6939 \text{ d } 14 \text{ h } 31 \text{ m } 03 \text{ s}$$

$$235 \cdot 29.530589 \text{ d} \approx 6939.688415 \text{ d} \approx 6939 \text{ d } 16 \text{ h } 31 \text{ m } 19 \text{ s}$$

## Mondgemeinjahr und embolistisches Mondjahr

- Astronomische Größen sind immer *gebrochene* Zahlen (z.B. synod. Monat  $\approx 29.530589 \text{ d}$ )
- Kalenderwochen, -monate, -jahre enthalten stets eine *ganze* Anzahl von Tagen. (Ein *Mondmonat* hat 30 d (**voll**) oder 29 d (**hohl**).)
- **Mondgemeinjahr** besteht aus 12 Mondmonaten.
- Mondgemeinjahr ist **regulär**, falls Abfolge  $30+29+30+29+\dots+30+29 \text{ d} = 354 \text{ d}$ .
- Differenz Sonnenjahr minus reguläres Mondgemeinjahr  $\approx 11 \text{ d } 6 \text{ h}$  → Lunisolarkalender benötigt ca. alle drei Jahre einen zusätzlichen Monat.
- **Embolistisches Mondjahr** (Mondschartjahr) besteht aus 13 Mondmonaten.
- Embolistisches Mondjahr ist **regulär**, falls  $30+29+30+29+\dots+29+30 \text{ d} = 384 \text{ d}$ .

# Geschichte des jüdischen Kalenders



## Von der Beobachtung zur Berechnung

Ursprünglich empirisch

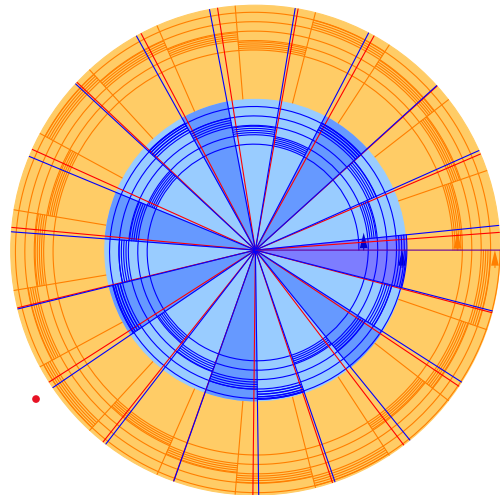
- Beobachtung des **Neulichts** (erste Sichtbarkeit der schmalen Sichel des zunehmenden Mondes)
- Mondgemeinjahr oder embolistisches Mondjahr?

Später berechnet («zyklisch»)

- Patriarch Hillel II. von Tiberias (4. Jh.)
- Moses Maimonides (12./13. Jh.)



# Der jüdische 19-jährige Zyklus



## Verteilung der embolistischen Jahre

19 Jahre  $\hat{=}$  235 Mondmonate

12 Mondgemeinjahre

7 embolistische Mondjahre

$$12 \cdot 12 + 7 \cdot 13 = 235$$

Mittleres Mondjahr:

$$\frac{235}{19} \text{ Mondmonate} = 12 + \frac{7}{19} \text{ Mondmonate}$$

Jahr	Anzahl volle Monate kumuliert	Differenz zwischen Sonnen- und Mondkalender	Anzahl Monate im Jahr	G = Gemeinjahr E = Embolistisches Jahr
1	12	$\frac{7}{19}$	12	G
2	24	$\frac{14}{19}$	12	G
3	37	$\frac{2}{19}$	13	E
4	49	$\frac{9}{19}$	12	G
5	61	$\frac{16}{19}$	12	G
6	74	$\frac{4}{19}$	13	E
7	86	$\frac{11}{19}$	12	G
8	98	$\frac{18}{19}$	13	E
9	111	$\frac{6}{19}$	12	G
10	123	$\frac{13}{19}$	12	G
11	136	$\frac{1}{19}$	13	E
12	148	$\frac{8}{19}$	12	G

Jahr	Anzahl volle Monate kumuliert	Differenz zwischen Sonnen- und Mondkalender	Anzahl Monate im Jahr	G = Gemeinjahr E = Embolistisches Jahr
1	12	$\frac{7}{19}$	12	G
2	24	$\frac{14}{19}$	12	G
3	37	$\frac{2}{19}$	13	E
4	49	$\frac{9}{19}$	12	G
5	61	$\frac{16}{19}$	12	G
6	74	$\frac{4}{19}$	13	E
7	86	$\frac{11}{19}$	12	G
8	98	$\frac{18}{19}$	13	E
9	111	$\frac{6}{19}$	12	G
10	123	$\frac{13}{19}$	12	G
11	136	$\frac{1}{19}$	13	E
12	148	$\frac{8}{19}$	12	G
13	160	$\frac{15}{19}$	12	G
14	173	$\frac{3}{19}$	13	E
15	185	$\frac{10}{19}$	12	G
16	197	$\frac{17}{19}$	12	G
17	210	$\frac{5}{19}$	13	E
18	222	$\frac{12}{19}$	12	G
19	235	$\frac{0}{19}$	13	E

## Exakte Grundlagen des zyklischen Jüdischen Kalenders



## Zeiteinteilung – synodischer Monat

- Der jüdische Tag beginnt am Abend um 18:00 Uhr Zonenzeit (ursprünglich bei Sonnenuntergang).
- Der Tag wird eingeteilt in 24 (äquinoktiale) Stunden.
- 18 h jüdischer Zeit entspricht z.B. 12 Uhr Zonenzeit.
- Die Stunde wird in 1080 **Chalakim** (Teile) unterteilt (Singular **Chelek**).
- 1ch = 1še (Gerstenkorn: babylonische Längen- und Zeiteinheit)
- Grundeinheit des zyklischen Kalenders ist die Dauer des synodischen Monats:  
**29d 12h 793ch** ( $\approx 29.530594d$ )

## Dauer des synodischen Monats

### Aufgabe 1

Der griechische Astronom Hipparch gibt für den synodischen Monat die folgende sexagesimal dargestellte Länge an: 29; 31, 50, 8, 20 d.

$$\begin{aligned} 0; 31, 50, 8, 20d &= \left( \frac{31}{60} + \frac{50}{60^2} + \frac{8}{60^3} + \frac{20}{60^4} \right) d \\ &= \frac{31 \cdot 60^3 + 50 \cdot 60^2 + 8 \cdot 60 + 20}{60^4} d = \frac{6876500}{12960000} d = \frac{13753}{25920} d \end{aligned}$$

In der jüdischen Chronologie dauert der synodische Monat 29 d 12 h 793 ch.

$$\begin{aligned} 0d 12h 793ch &= \left( \frac{12}{24} + \frac{793}{24 \cdot 1080} \right) d \\ &= \frac{12 \cdot 1080 + 793}{24 \cdot 1080} d = \frac{13753}{25920} d \end{aligned}$$

Stellen Sie für beide Angaben den Tagesbruchteil als gekürzten Bruch dar.

# Der Charakter einer Zeitspanne

## Beispiel

Synodischer Monat 29d 12h 793ch

Charakter: 1d 12h 793ch

## Bemerkungen

Mittleres Mondgemeinjahr:  $12 \cdot (29d 12h 793ch)$

Mittleres embolistisches Jahr:  $13 \cdot (29d 12h 793ch)$

## Aufgabe 4.

Berechne den Charakter

- eines mittleren Mondgemeinjahres,
- eines mittleren embolistischen Jahres und
- eines mittleren 19-jährigen Zyklus

## Definitionen:

Der **Charakter** ist derjenige Teil einer Zeitangabe, welcher eine volle Wochenzahl übersteigt.

**Moled Tischri:** *berechneter* Jahresbeginn (Herbst)

**Rosch ha-Schana:** *tatsächlicher* Jahresbeginn

Bestimmung von  
Moled Tischri und  
Rosch ha-Schana





# Die Berechnung des Moled Tischri

- Epoche: Neulicht vom 1. Tischri des Jahres 1 am 2. Tag der Woche um 5 h 204 ch (Erschaffung der Welt)
- 6. Oktober 3761 v.Chr. 23 h 11m 20s (julianisch)
- Der erste 19-jährige Zyklus beginnt am 1. Tischri des Jahres 1
- Aktuell: 3761+2019
- Da  $304 \cdot 19 = 5776$  hat der aktuelle 19-jährige Zyklus im jüdischen Kalender im Jahr 5777 begonnen



# Die Berechnung des Moled Tischri

Zyklus-jahr	Jüdische Jahreszahl	Gregorianisch	G = Gemeinjahr E = Embolistisches Jahr	Wochentag des Moled Tischri	Eintritt des Moled Tischri
1	5777	2016/2017	G	7	20h 724ch
2	5778	2017/2018	G	5	5 h 520 ch
3	5779	2018/2019	E		
4	5780	2019/2020	G		
5	5781	2020/2021	G	5	20 h 701 ch

Charakter Mondgemeinjahr: 4d 8h 876ch

Charakter embolistisches Jahr: 5d 21h 589ch

## Aufgabe 5:

Bestimme den Wochentag und den Eintritt des Moled Tischri im dritten und vierten Zyklusjahr.

# Die Berechnung des Moled Tischri

Zyklus-jahr	Jüdische Jahreszahl	Gregorianisch	G = Gemeinjahr E = Embolistisches Jahr	Wochentag des Moled Tischri	Eintritt des Moled Tischri
1	5777	2016/2017	G	7	20h 724ch
2	5778	2017/2018	G	5	5 h 520 ch
3	5779	2018/2019	E	2	14 h 316 ch
4	5780	2019/2020	G	1	11 h 905 ch
5	5781	2020/2021	G	5	20 h 701 ch

Charakter der Epoche: 2d 5h 204ch

Charakter 19-jähriges Zyklus: 2d 16h 595ch

$5777 = 304 \cdot 19 + 1$

2d 5h 204ch

+  $304 \cdot (2d 16h 595ch)$

$\equiv$  7d 20h 724ch

## Rosch ha-Schana

- Der tatsächliche Jahresbeginn heisst *Rosch ha-Schana*.
- Er bestimmt die Lage der weiteren Monatsanfänge sowie sämtlicher Feiertage.
- *Rosch ha-Schana* unterscheidet sich oft vom berechneten (*Moled Tischri*).
- Diesen Unterschied nennt man *Vertagung*.
- Vertagungen sind *religiös* oder *astronomisch* bedingt oder hängen von der erlaubten Jahreslänge ab.

## Vertagungen des Jahresbeginns

➤ Dafür gelten die folgenden Regeln:

- I. Rosch ha-Schana darf nie auf den 1., 4. oder 6. Wochentag fallen.
- II. Wenn Moled Tischri nach 18 h eintritt, wird Rosch ha-Schana auf den nächsten Tag verschoben.
- III. Tritt Moled Tischri in einem Gemeinjahr, welches auf ein embolistisches Jahr folgt, am 2. Tag um oder nach 15h 589ch ein, so wird Rosch ha-Schana auf den 3. Tag verschoben.
- IV. Fällt Moled Tischri in einem Gemeinjahr auf den 3. Tag um oder nach 9h 204ch, so ist Rosch ha-Schana auf den 5. Tag zu verschieben.

### Aufgabe 6

Für sämtliche Jahre des 19-jährigen Zyklus von 5777 bis 5795 bestimme man aufgrund der Vertagungsregeln je den *Wochentag des Rosch ha-Schana*, die *Länge des Jahres* und das *Gregorianische Datum des Rosch ha-Schana*.

Rosch ha-Schana

Zyklus-jahr	Jüdische Jahreszahl	G = Gemeinjahr E = Embolistisches Jahr	Wochentag des moled tischri	Eintritt des moled tischri	Wochentag des Rosch ha-Schana	Anzahl Tage pro Jahr	Gregorianisches Datum des Jahresbeginns
1	5777	G	7	20h 724ch	2	353	02./03.10.2016
2	5778	G	5	5h 520ch	5	354	20./21.09.2017
3	5779	E	2	14h 316ch	2	385	09./10.09.2018
4	5780	G	1	11h 905ch	2	355	29./30.09.2019
5	5781	G	5	20h 701ch	7	353	18./19.09.2020
6	5782	E	3	5h 497ch	3	384	06./07.09.2021
7	5783	G	2	3h 6ch	2	355	25./26.09.2022
8	5784	E	6	11h 882ch	7	383	15./16.09.2023
9	5785	G	5	9h 391ch	5	355	02./03.10.2024
10	5786	G	2	18h 187ch	3	354	22./23.09.2025
11	5787	E	0	2h 1063ch	7	385	11./12.09.2026
12	5788	G	6	0h 572ch	7	355	01./02.10.2027
13	5789	G	3	9h 368ch	5	354	20./21.09.2028
14	5790	E	7	18h 164ch	2	383	09./10.09.2029
15	5791	G	6	15h 753ch	7	355	27./28.09.2030
16	5792	G	4	0h 549ch	5	354	17./18.09.2031
17	5793	E	1	9h 345ch	2	383	05./06.09.2032
18	5794	G	7	6h 934ch	7	355	23./24.09.2033
19	5795	E	4	15h 730ch	5	383	13./14.09.2034

6 verschiedene  
Typen von  
Mondjahren

Jüdischer Kalender								
Monat	Mondgemeinjahre				Embolistische Mondjahre			
	Monatsnamen	Mangelhaftes	Reguläres	Überzähliges	Monatsnamen	Mangelhaftes	Reguläres	Überzähliges
1	Nisan	30 d	30 d	30 d	Nisan	30 d	30 d	30 d
2	Ijar	29 d	29 d	29 d	Ijar	29 d	29 d	29 d
3	Siwan	30 d	30 d	30 d	Siwan	30 d	30 d	30 d
4	Tammus	29 d	29 d	29 d	Tammus	29 d	29 d	29 d
5	Aw	30 d	30 d	30 d	Aw	30 d	30 d	30 d
6	Elul	29 d	29 d	29 d	Elul	29 d	29 d	29 d
7	Tischri	30 d	30 d	30 d	Tischri	30 d	30 d	30 d
8	Marcheswan	29 d	29 d	30 d	Marcheswan	29 d	29 d	30 d
9	Kislew	29 d	30 d	30 d	Kislew	29 d	30 d	30 d
10	Tebeth	29 d	29 d	29 d	Tebeth	29 d	29 d	29 d
11	Schwat	30 d	30 d	30 d	Schwat	30 d	30 d	30 d
12	Adar	29 d	29 d	29 d	Adar I	30 d	30 d	30 d
13					Adar II	29 d	29 d	29 d
Total		<b>353 Tage</b>	<b>354 Tage</b>	<b>355 Tage</b>		<b>383 Tage</b>	<b>384 Tage</b>	<b>385 Tage</b>

Danke für Eure  
Aufmerksamkeit!