

51

Die Mathematik des Jüdischen Kalenders

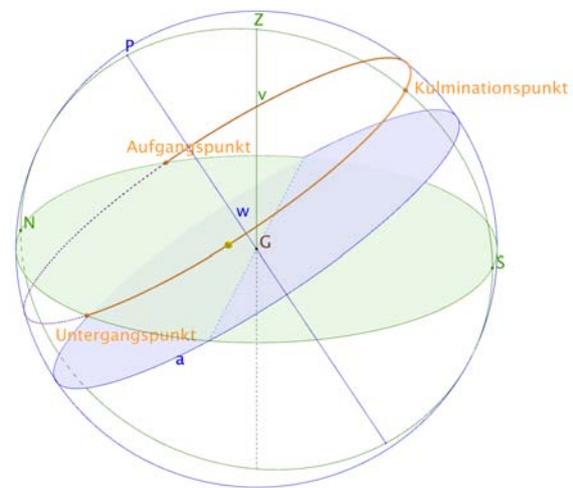
Workshop am TMU, Frauenfeld, 11. Elul 5779

Ablauf

- Astronomische Grundlagen
- Geschichte des Jüdischen Kalenders
- Der Jüdische 19-jährige Zyklus
- Exakte Grundlagen des zyklischen Jüdischen Kalenders
- Bestimmung des Jahresbeginns



Astronomische Grundlagen



Sonnentag – synodischer Monat – tropisches Jahr

Alltagsbegriffe müssen präzisiert werden:

- **Mittlerer Sonnentag** (= 1d): Einteilung in 24 gleich lange Stunden.
Wahrer Sonnentag: Zeitspanne zwischen zwei aufeinander folgenden Kulminationen der Sonne.
- Astronomische **Lunation**: Zeitintervall zwischen zwei aufeinander folgenden gleichen Mondphasen (Neumonden).
Mittlere astronomische Lunation = **synodischer Monat**. Dauer **29.530589 d.**
- Astronomisches **Sonnenjahr (tropisches Jahr)**: Zeitspanne zwischen zwei aufeinander folgenden Durchgängen der Sonne durch den Frühlingspunkt.
Dauer **365.242363 d.**

Lunisolarkalender

- Der Jüdische Kalender beschreibt primär den Mondlauf, berücksichtigt aber auch das Sonnenjahr:
- Der Jüdische Kalender ist ein **Lunisolarkalender**.
- Babylon (6. Jh. v.Chr.): 19 Sonnenjahre entsprechen 235 synodischen Monaten.

$$19 \cdot 365.242363 \text{ d} \approx 6939.604897 \text{ d} \approx 6939 \text{ d } 14 \text{ h } 31 \text{ m } 03 \text{ s}$$

$$235 \cdot 29.530589 \text{ d} \approx 6939.688415 \text{ d} \approx 6939 \text{ d } 16 \text{ h } 31 \text{ m } 19 \text{ s}$$

Mondgemeinjahr und embolistisches Mondjahr

- Astronomische Größen sind immer *gebrochene* Zahlen (z.B. synod. Monat $\approx 29.530589 \text{ d}$)
- Kalenderwochen, -monate, -jahre enthalten stets eine *ganze* Anzahl von Tagen. (Ein *Mondmonat* hat 30 d (**voll**) oder 29 d (**hohl**).)
- **Mondgemeinjahr** besteht aus 12 Mondmonaten.
- Mondgemeinjahr ist **regulär**, falls Abfolge $30+29+30+29+\dots+30+29 \text{ d} = 354 \text{ d}$.
- Differenz Sonnenjahr minus reguläres Mondgemeinjahr $\approx 11 \text{ d } 6 \text{ h}$ → Lunisolarkalender benötigt ca. alle drei Jahre einen zusätzlichen Monat.
- **Embolistisches Mondjahr** (Mondschartjahr) besteht aus 13 Mondmonaten.
- Embolistisches Mondjahr ist **regulär**, falls $30+29+30+29+\dots+29+30 \text{ d} = 384 \text{ d}$.

Geschichte des jüdischen Kalenders



Von der Beobachtung zur Berechnung

Ursprünglich empirisch

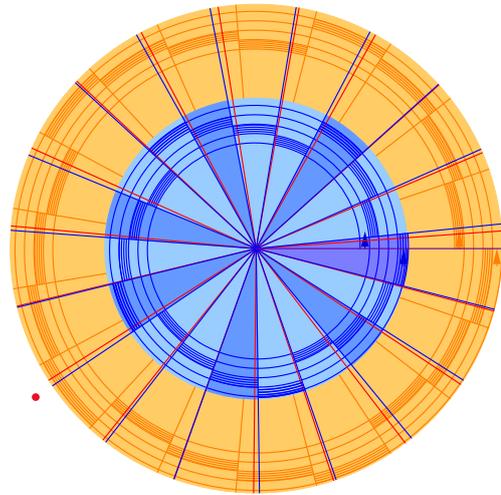
- Beobachtung des **Neulichts** (erste Sichtbarkeit der schmalen Sichel des zunehmenden Mondes)
- Mondgemeinjahr oder embolistisches Mondjahr?

Später berechnet («zyklisch»)

- Patriarch Hillel II. von Tiberias (4. Jh.)
- Moses Maimonides (12./13. Jh.)



Der jüdische 19-jährige Zyklus



Verteilung der embolistischen Jahre

19 Jahre $\hat{=}$ 235 Mondmonate

12 Mondgemeinjahre

7 embolistische Mondjahre

$$12 \cdot 12 + 7 \cdot 13 = 235$$

Mittleres Mondjahr:

$$\frac{235}{19} \text{ Mondmonate} = 12 + \frac{7}{19} \text{ Mondmonate}$$

| Jahr | Anzahl volle Monate kumuliert | Differenz zwischen Sonnen- und Mondkalender | Anzahl Monate im Jahr | G = Gemeinjahr E = Embolistisches Jahr |
|------|-------------------------------|---|-----------------------|---|
| 1 | 12 | $\frac{7}{19}$ | 12 | G |
| 2 | 24 | $\frac{14}{19}$ | 12 | G |
| 3 | 37 | $\frac{2}{19}$ | 13 | E |
| 4 | 49 | $\frac{9}{19}$ | 12 | G |
| 5 | 61 | $\frac{16}{19}$ | 12 | G |
| 6 | 74 | $\frac{4}{19}$ | 13 | E |
| 7 | 86 | $\frac{11}{19}$ | 12 | G |
| 8 | 98 | $\frac{18}{19}$ | 13 | E |
| 9 | 111 | $\frac{6}{19}$ | 12 | G |
| 10 | 123 | $\frac{13}{19}$ | 12 | G |
| 11 | 136 | $\frac{1}{19}$ | 13 | E |
| 12 | 148 | $\frac{8}{19}$ | 12 | G |

| Jahr | Anzahl volle Monate kumuliert | Differenz zwischen Sonnen- und Mondkalender | Anzahl Monate im Jahr | G = Gemeinjahr E = Embolistisches Jahr |
|------|-------------------------------|---|-----------------------|---|
| 1 | 12 | $\frac{7}{19}$ | 12 | G |
| 2 | 24 | $\frac{14}{19}$ | 12 | G |
| 3 | 37 | $\frac{2}{19}$ | 13 | E |
| 4 | 49 | $\frac{9}{19}$ | 12 | G |
| 5 | 61 | $\frac{16}{19}$ | 12 | G |
| 6 | 74 | $\frac{4}{19}$ | 13 | E |
| 7 | 86 | $\frac{11}{19}$ | 12 | G |
| 8 | 98 | $\frac{18}{19}$ | 13 | E |
| 9 | 111 | $\frac{6}{19}$ | 12 | G |
| 10 | 123 | $\frac{13}{19}$ | 12 | G |
| 11 | 136 | $\frac{1}{19}$ | 13 | E |
| 12 | 148 | $\frac{8}{19}$ | 12 | G |
| 13 | 160 | $\frac{15}{19}$ | 12 | G |
| 14 | 173 | $\frac{3}{19}$ | 13 | E |
| 15 | 185 | $\frac{10}{19}$ | 12 | G |
| 16 | 197 | $\frac{17}{19}$ | 12 | G |
| 17 | 210 | $\frac{5}{19}$ | 13 | E |
| 18 | 222 | $\frac{12}{19}$ | 12 | G |
| 19 | 235 | $\frac{0}{19}$ | 13 | E |

Exakte Grundlagen des zyklischen Jüdischen Kalenders



Zeiteinteilung – synodischer Monat

- Der jüdische Tag beginnt am Abend um 18:00 Uhr Zonenzeit (ursprünglich bei Sonnenuntergang).
- Der Tag wird eingeteilt in 24 (äquinoktiale) Stunden.
- 18 h jüdischer Zeit entspricht z.B. 12 Uhr Zonenzeit.
- Die Stunde wird in 1080 **Chalakim** (Teile) unterteilt (Singular **Chelek**).
- 1ch = 1še (Gerstenkorn: babylonische Längen- und Zeiteinheit)
- Grundeinheit des zyklischen Kalenders ist die Dauer des synodischen Monats:
29d 12h 793ch ($\approx 29.530594d$)

Dauer des synodischen Monats

Aufgabe 1

Der griechische Astronom Hipparch gibt für den synodischen Monat die folgende sexagesimal dargestellte Länge an: 29; 31, 50, 8, 20 d.

$$\begin{aligned} 0; 31, 50, 8, 20d &= \left(\frac{31}{60} + \frac{50}{60^2} + \frac{8}{60^3} + \frac{20}{60^4} \right) d \\ &= \frac{31 \cdot 60^3 + 50 \cdot 60^2 + 8 \cdot 60 + 20}{60^4} d = \frac{6876500}{12960000} d = \frac{13753}{25920} d \end{aligned}$$

In der jüdischen Chronologie dauert der synodische Monat 29 d 12 h 793 ch.

$$\begin{aligned} 0d 12h 793ch &= \left(\frac{12}{24} + \frac{793}{24 \cdot 1080} \right) d \\ &= \frac{12 \cdot 1080 + 793}{24 \cdot 1080} d = \frac{13753}{25920} d \end{aligned}$$

Stellen Sie für beide Angaben den Tagesbruchteil als gekürzten Bruch dar.

Der Charakter einer Zeitspanne

Beispiel

Synodischer Monat 29d 12h 793ch

Charakter: 1d 12h 793ch

Bemerkungen

Mittleres Mondgemeinjahr: $12 \cdot (29d 12h 793ch)$

Mittleres embolistisches Jahr: $13 \cdot (29d 12h 793ch)$

Aufgabe 4.

Berechne den Charakter

- eines mittleren Mondgemeinjahres,
- eines mittleren embolistischen Jahres und
- eines mittleren 19-jährigen Zyklus

Definitionen:

Der **Charakter** ist derjenige Teil einer Zeitangabe, welcher eine volle Wochenzahl übersteigt.

Moled Tischri: *berechneter* Jahresbeginn (Herbst)

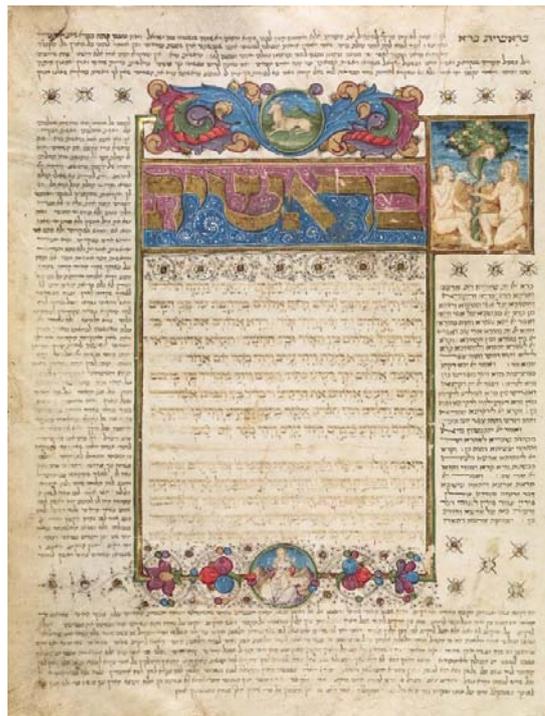
Rosch ha-Schana: *tatsächlicher* Jahresbeginn

Bestimmung von
Moled Tischri und
Rosch ha-Schana



Die Berechnung des Moled Tischri

- Epoche: Neulicht vom 1. Tischri des Jahres 1 am 2. Tag der Woche um 5 h 204 ch (Erschaffung der Welt)
- 6. Oktober 3761 v.Chr. 23 h 11m 20s (julianisch)
- Der erste 19-jährige Zyklus beginnt am 1. Tischri des Jahres 1
- Aktuell: 3761+2019
- Da $304 \cdot 19 = 5776$ hat der aktuelle 19-jährige Zyklus im jüdischen Kalender im Jahr 5777 begonnen



Die Berechnung des Moled Tischri

| Zyklus-jahr | Jüdische Jahreszahl | Gregorianisch | G = Gemeinjahr E = Embolistisches Jahr | Wochentag des Moled Tischri | Eintritt des Moled Tischri |
|-------------|---------------------|---------------|---|-----------------------------|----------------------------|
| 1 | 5777 | 2016/2017 | G | 7 | 20h 724ch |
| 2 | 5778 | 2017/2018 | G | 5 | 5 h 520 ch |
| 3 | 5779 | 2018/2019 | E | | |
| 4 | 5780 | 2019/2020 | G | | |
| 5 | 5781 | 2020/2021 | G | 5 | 20 h 701 ch |

Charakter Mondgemeinjahr: 4d 8h 876ch

Charakter embolistisches Jahr: 5d 21h 589ch

Aufgabe 5:

Bestimme den Wochentag und den Eintritt des Moled Tischri im dritten und vierten Zyklusjahr.

Die Berechnung des Moled Tischri

| Zyklus-jahr | Jüdische Jahreszahl | Gregorianisch | G = Gemeinjahr E = Embolistisches Jahr | Wochentag des Moled Tischri | Eintritt des Moled Tischri |
|-------------|---------------------|---------------|---|-----------------------------|----------------------------|
| 1 | 5777 | 2016/2017 | G | 7 | 20h 724ch |
| 2 | 5778 | 2017/2018 | G | 5 | 5 h 520 ch |
| 3 | 5779 | 2018/2019 | E | 2 | 14 h 316 ch |
| 4 | 5780 | 2019/2020 | G | 1 | 11 h 905 ch |
| 5 | 5781 | 2020/2021 | G | 5 | 20 h 701 ch |

Charakter der Epoche: 2d 5h 204ch

Charakter 19-jähriges Zyklus: 2d 16h 595ch

$5777 = 304 \cdot 19 + 1$

2d 5h 204ch

+ $304 \cdot (2d 16h 595ch)$

\equiv 7d 20h 724ch

Rosch ha-Schana

- Der tatsächliche Jahresbeginn heisst *Rosch ha-Schana*.
- Er bestimmt die Lage der weiteren Monatsanfänge sowie sämtlicher Feiertage.
- *Rosch ha-Schana* unterscheidet sich oft vom berechneten (*Moled Tischri*).
- Diesen Unterschied nennt man *Vertagung*.
- Vertagungen sind *religiös* oder *astronomisch* bedingt oder hängen von der erlaubten Jahreslänge ab.

Vertagungen des Jahresbeginns

➤ Dafür gelten die folgenden Regeln:

- I. Rosch ha-Schana darf nie auf den 1., 4. oder 6. Wochentag fallen.
- II. Wenn Moled Tischri nach 18 h eintritt, wird Rosch ha-Schana auf den nächsten Tag verschoben.
- III. Tritt Moled Tischri in einem Gemeinjahr, welches auf ein embolistisches Jahr folgt, am 2. Tag um oder nach 15h 589ch ein, so wird Rosch ha-Schana auf den 3. Tag verschoben.
- IV. Fällt Moled Tischri in einem Gemeinjahr auf den 3. Tag um oder nach 9h 204ch, so ist Rosch ha-Schana auf den 5. Tag zu verschieben.

Aufgabe 6

Für sämtliche Jahre des 19-jährigen Zyklus von 5777 bis 5795 bestimme man aufgrund der Vertagungsregeln je den *Wochentag des Rosch ha-Schana*, die *Länge des Jahres* und das *Gregorianische Datum des Rosch ha-Schana*.

Rosch ha-Schana

| Zyklus-jahr | Jüdische Jahres-zahl | G = Gemeinjahr E = Embolistisches Jahr | Wochentag des moled tischri | Eintritt des moled tischri | Wochentag des Rosch ha-Schana | Anzahl Tage pro Jahr | Gregorianisches Datum des Jahresbeginns |
|-------------|----------------------|---|-----------------------------|----------------------------|-------------------------------|----------------------|---|
| 1 | 5777 | G | 7 | 20h 724ch | 2 | 353 | 02./03.10.2016 |
| 2 | 5778 | G | 5 | 5h 520ch | 5 | 354 | 20./21.09.2017 |
| 3 | 5779 | E | 2 | 14h 316ch | 2 | 385 | 09./10.09.2018 |
| 4 | 5780 | G | 1 | 11h 905ch | 2 | 355 | 29./30.09.2019 |
| 5 | 5781 | G | 5 | 20h 701ch | 7 | 353 | 18./19.09.2020 |
| 6 | 5782 | E | 3 | 5h 497ch | 3 | 384 | 06./07.09.2021 |
| 7 | 5783 | G | 2 | 3h 6ch | 2 | 355 | 25./26.09.2022 |
| 8 | 5784 | E | 6 | 11h 882ch | 7 | 383 | 15./16.09.2023 |
| 9 | 5785 | G | 5 | 9h 391ch | 5 | 355 | 02./03.10.2024 |
| 10 | 5786 | G | 2 | 18h 187ch | 3 | 354 | 22./23.09.2025 |
| 11 | 5787 | E | 0 | 2h 1063ch | 7 | 385 | 11./12.09.2026 |
| 12 | 5788 | G | 6 | 0h 572ch | 7 | 355 | 01./02.10.2027 |
| 13 | 5789 | G | 3 | 9h 368ch | 5 | 354 | 20./21.09.2028 |
| 14 | 5790 | E | 7 | 18h 164ch | 2 | 383 | 09./10.09.2029 |
| 15 | 5791 | G | 6 | 15h 753ch | 7 | 355 | 27./28.09.2030 |
| 16 | 5792 | G | 4 | 0h 549ch | 5 | 354 | 17./18.09.2031 |
| 17 | 5793 | E | 1 | 9h 345ch | 2 | 383 | 05./06.09.2032 |
| 18 | 5794 | G | 7 | 6h 934ch | 7 | 355 | 23./24.09.2033 |
| 19 | 5795 | E | 4 | 15h 730ch | 5 | 383 | 13./14.09.2034 |

6 verschiedene
Typen von
Mondjahren

| Jüdischer Kalender | | | | | | | | |
|--------------------|-----------------|---------------------|---------------------|---------------------|-------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Monat | Mondgemeinjahre | | | | Embolistische Mondjahre | | | |
| | Monatsnamen | Mangelhaftes | Reguläres | Überzähliges | Monatsnamen | Mangelhaftes | Reguläres | Überzähliges |
| 1 | Nisan | 30 d | 30 d | 30 d | Nisan | 30 d | 30 d | 30 d |
| 2 | Ijar | 29 d | 29 d | 29 d | Ijar | 29 d | 29 d | 29 d |
| 3 | Siwan | 30 d | 30 d | 30 d | Siwan | 30 d | 30 d | 30 d |
| 4 | Tammus | 29 d | 29 d | 29 d | Tammus | 29 d | 29 d | 29 d |
| 5 | Aw | 30 d | 30 d | 30 d | Aw | 30 d | 30 d | 30 d |
| 6 | Elul | 29 d | 29 d | 29 d | Elul | 29 d | 29 d | 29 d |
| 7 | Tischri | 30 d | 30 d | 30 d | Tischri | 30 d | 30 d | 30 d |
| 8 | Marcheswan | 29 d | 29 d | 30 d | Marcheswan | 29 d | 29 d | 30 d |
| 9 | Kislew | 29 d | 30 d | 30 d | Kislew | 29 d | 30 d | 30 d |
| 10 | Tebeth | 29 d | 29 d | 29 d | Tebeth | 29 d | 29 d | 29 d |
| 11 | Schwat | 30 d | 30 d | 30 d | Schwat | 30 d | 30 d | 30 d |
| 12 | Adar | 29 d | 29 d | 29 d | Adar I | 30 d | 30 d | 30 d |
| 13 | | | | | Adar II | 29 d | 29 d | 29 d |
| Total | | 353 Tage | 354 Tage | 355 Tage | | 383 Tage | 384 Tage | 385 Tage |

Danke für Eure
Aufmerksamkeit!