PAM!

Wir beginnen nicht bei Null

Grüne Berichte www.educ.ethz.ch/unt/um/mathe/gb

ETH EIDGENÖSSISCHE TECHNISCHE HOCHSCHULE ZÜRICH

Berichte über Mathematik und Unterricht

Herausgeber: U. Kirchgraber

Bericht No. 96–01

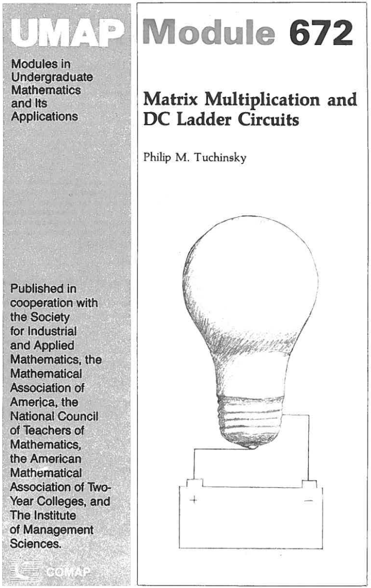
August 1996

Schwimmende Prismen mit Schlagseite

W. Burgherr, KS Reussbühl

UMAP Modules

http://202.38.93.17/bookcd/5524/1.iso/umap.html



Bulletin des VSMP www.vsmp.ch

Bulletin

Juni 2011 – Juin 2011

N° 116

VSMP — SSPMP — SSIMF

Verein Schweizerischer Mathematik- und Physiklehrkräfte
Société Suisse des Professeurs de Mathématique et de Physique
Società Svizzera degli Insegnanti di Matematica e Fisica

Bulletin des VSMP www.vsmp.ch

BULLETIN

In dieser Nummer – *Dans ce numéro*

DPK

ISTRON Schriftenreihe http://istron.ph-freiburg.de/

Band 16 (131-142)

Radioaktiven Zerfall mathematisch modellieren
Physikalisch-chemische Experimente mit dem Geigerzähler sollten durch selbstständiges Modellieren ausgewertet und mathematisch beschrieben werden. Der radioaktive Zerfall dient dabei als Ausgangspunkt, um im Mathematikunterricht den Umgang mit statistischen Methoden zu erlernen und verschiedene Anwendungen der Poisson-Verteilung kennenzulernen.

Regenbogen (Manuel Walser)

Die Lernenden erhalten Fotos und historische Dokumente rund um den Regenbogen sowie Experimentiermaterial um die Form des Regenbogens und den Strahlengang in 2-3er-Gruppen zu erforschen. Je zwei oder drei Schüler aus verschiedenen Gruppen setzen sich anschliessend zusammen und stellen ihre persönlichen Erkenntnisse einander gegenseitig vor. Zum Schluss erstellt jeder Schüler für sich ein Skizze oder ein Mindmap zum Thema Regenbogen.

Differentialgleichungen für den Fall des Falles (Hansruedi Schneebeli)

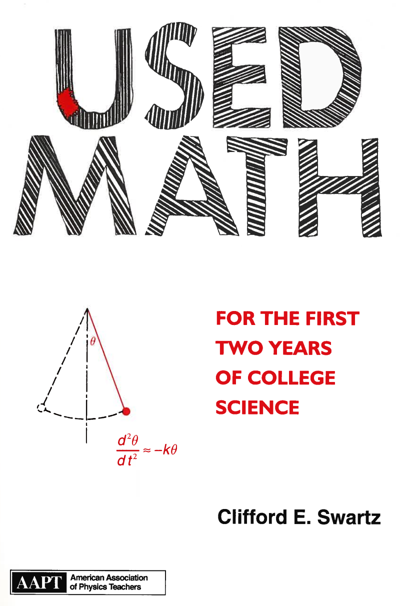
Inhalt	Differentialgleichungen
Zielpublikum	Schüler/innen und Lehrpersonen in Leistungskursen Mathematik und Physik
Voraussetzungen	Grafikrechner, idealerweise CAS-Rechner

Worum geht es?

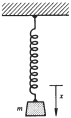
Wie bewegt sich ein Körper, der in der Nähe der Erdoberfläche fällt? Das Problem des fallenden Körpers wird benutzt, um Differentialgleichungen einzuführen. Beim Lösen der Musterprobleme werden drei verschiedene Methoden erprobt:

- Lösen eines diskreten Ersatzproblems: Eulerverfahren
- Umwandeln in eine Kette von algebraischen Problemen: Taylorentwicklung
- Zurückführen auf ein Integrationsproblem: analytische Lösung

Books z.B.


USED
MATH
θ
d²θ/dt² ≈ −kθ
FOR THE FIRST
TWO YEARS
OF COLLEGE
SCIENCE
Clifford E. Swartz
AAPT American Association of Physics Teachers

Books z.B. *Used Math*



$$F_x = ma = m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx \tag{4–29}$$

The solution to the equation must be $x = A\sin(\omega t + \alpha)$. Differentiating this solution twice yields $d^2x/dt^2 = -\omega^2 A\sin(\omega t + \alpha)$. Substituting this value into Hooke's law,

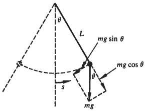
$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -m\omega^2 A\sin(\omega t + \alpha) = -kx = -kA\sin(\omega t + \alpha)$$

$$\omega^2 = 4\pi^2 f^2 = \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{k}{m} \tag{4–30}$$

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

The bob oscillates with SHM at a frequency that is inversely proportional to its mass.

An example of a motion that is approximately SHM is provided by the simple pendulum. The gravitational pull downward on the pendulum bob



can be resolved into a component in the direction of the string and a component perpendicular to the string, and hence along the path of the bob. This latter is always in the direction to be a restoring force and is equal to

$$F_{\text{restoring}} = -mg\sin\theta \tag{4–31}$$

Newton's second law for the motion is

$$F = ma = -mg\sin\theta = m\frac{d^2s}{dt^2} = mL\frac{d^2\theta}{dt^2} \tag{4–32}$$

The arc length, s, is equal to $L\theta$, since by definition $\theta = s/L$. For positive s or θ, the restoring force is negative. The differential equation becomes

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}\sin\theta \tag{4–33}$$

To satisfy this equation, we must find a function, $\theta(t)$, whose second derivative is proportional to the negative of the *sine of that function*. The sine function itself does not have that property, nor does any other simple function. A simple solution exists only if we make the approximation that $\sin\theta \approx \theta$ for small θ. Then the equation becomes

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} \approx -\frac{g}{L}\theta \tag{4–34}$$

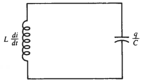
Its solution is

$$\theta = \Theta_{\max}\sin(\omega t + \alpha) \quad \text{with } \omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \tag{4–35}$$

The period given by this expression is good to within 1 per cent up to $\Theta_{\max} = 23°$ and within 4 per cent up to $\Theta_{\max} = 45°$.

An example of an electrical system that oscillates is the inductance–capacitance "tank" circuit. Adding the potential changes around the circuit,

$$L\frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \tag{4–36}$$



Since the current i is related to the charge q by $i = dq/dt$,

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0 \quad \text{or} \quad \frac{d^2q}{dt^2} = -\frac{1}{LC}q \tag{4–37}$$

Once again, this equation is satisfied by a sine function, since the second derivative must be proportional to the negative function.

$$q = Q\sin(\omega t + \alpha) \quad \text{with } \omega = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad \text{or} \quad f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}} \tag{4–38}$$

Note that in all these cases the negative sign in the equation is not a trivial matter. Without it the equation would describe a situation in which the acceleration term is in the same direction as the displacement from equilibrium. Rather than an oscillation, an avalanching effect would be produced. In the next section we show that the exponential function has the required properties to describe such a situation.

Patenschaften bei Maturaarbeiten

- **SMG:** math.ch/mathematics@school
- **SCNAT:** www.scnat.ch

Repositorium Maturaarbeiten

math.ch/mathematics@school/service/maturaarbeiten.

Idee:

- Die im VSMP-Bulletin erscheinenden Berichte gesammelt zur Verfügung stellen
- Ideen- und Impulsgeber
- Vorbildfunktion im Sinne von Bahnbrecher

WikiPAM

Idee: PAM-Inhalte zur Verfügung stellen auf **WikiPAM**
http://fresnel.math.ethz.ch/PAM/

- dynamisch
- multimedial
- verknüpft