Geometrische Orte im Koordinatensystem Übungsblatt

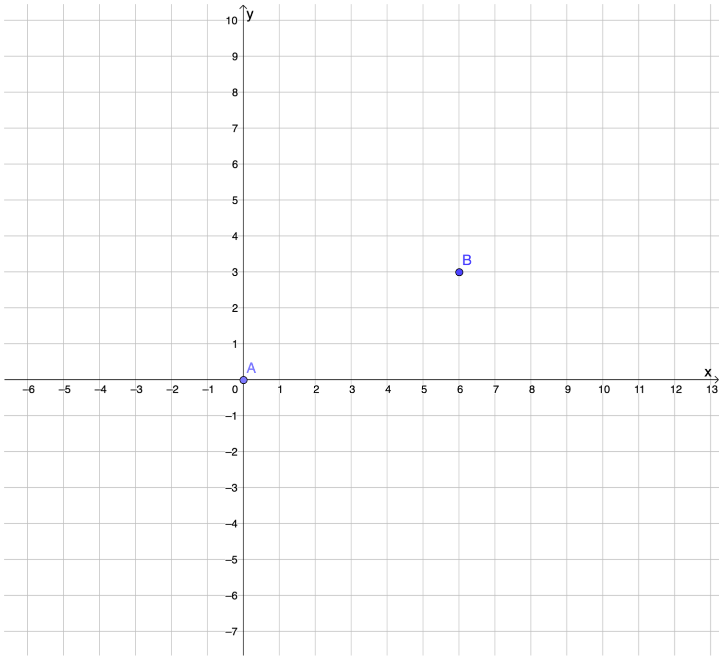
1. $A(2/7);\ M(1/4)$

   Welche Gleichung gilt für alle Punkte $P(x/y)$, welche von M gleich weit entfernt liegen wie der Punkt A?

2. $A(0/0);\ B(6/3)$

   a) Schraffiere die Menge aller Punkte, welche höchstens 6 Einheiten von A entfernt liegen und mindestens doppelt so weit von A wie von B entfernt sind.

   b) Wie kann man diese Punktmenge mit Hilfe von Ungleichungen beschreiben?



3. $A(10/5);\ B(30/1)$

   a) Wo liegen alle Punkte $P(x/y)$, für welche $\overline{AP} = \overline{BP}$ gilt?

   b) Stelle eine Gleichung mit den Koordinaten von $P(x/y)$ auf, sodass $\overline{AP} = \overline{BP}$ gilt. Vereinfache anschliessend diese Koordinatengleichung.

4. $A(0/0);\ B(3/0)$

   a) Wo liegen alle Punkte $P(x/y)$, welche doppelt so weit von A entfernt liegen wie von B?

   b) Stelle eine Gleichung mit den Koordinaten von $P(x/y)$ auf, sodass $\overline{AP} = 2 \cdot \overline{BP}$ gilt. Zeige damit, dass P die Kreisgleichung $(x-4)^2 + y^2 = 4$ erfüllt.

5. $A(-c/0);\ B(c/0)$

a) Wo liegen alle Punkte $P(x/y)$, für welche $\overline{AP} \cdot \overline{BP} = c^2$ gilt?

b) Zeige, dass die Koordinatengleichung dieser Punktmenge auf die Form $2c^2(x^2 - y^2) = (x^2 + y^2)^2$ gebracht werden kann.

c) Für welchen Wert von c erhält man die Gleichung $(x^2 - y^2) = (x^2 + y^2)^2$?

6. $A(-1/-1);\ B(1/1)$

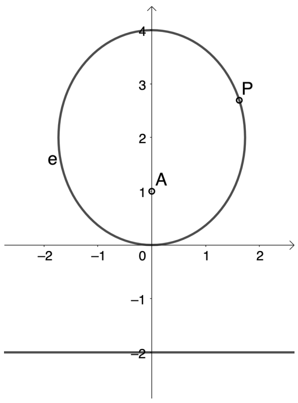
a) Wo liegen alle Punkte $P(x/y)$, für welche $\overline{AP} \cdot \overline{BP} = 2$ gilt?

b) Zeige, dass die Koordinatengleichung dieser Punktmenge auf die Form $8xy = (x^2 + y^2)^2$ gebracht werden kann.

7. Gegeben ist ein Kreis k mit Mittelpunkt $M(-\sqrt{2}/-\sqrt{2})$ und Radius $r = 2\sqrt{2}$ zudem der Punkt $B(\sqrt{2}/\sqrt{2})$.
$P(x/y)$ soll gleich weit von k wie von B entfernt liegen. Bestimme die zugehörige Gleichung für P.

8. Gegeben ist die Gleichung einer Ellipse e: $\frac{x^2}{3} + \frac{(y-2)^2}{4} = 1.$

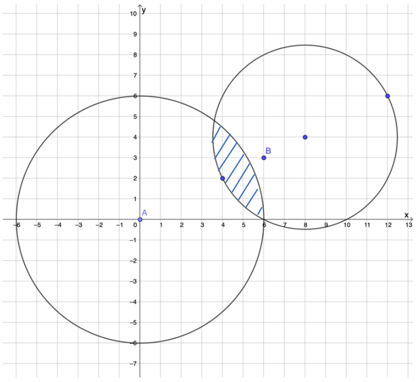
Zeige rechnerisch, dass für sämtliche Punkte $P(x/y)$ welche auf dieser Ellipse e liegen folgendes gilt: $P(x/y)$ ist doppelt so weit von der horizontalen Geraden $y = -2$ entfernt wie vom Punkt $A(0/1)$.



Lösungen:

1. $(x-1)^2+(y-4)^2=10$

2. a)



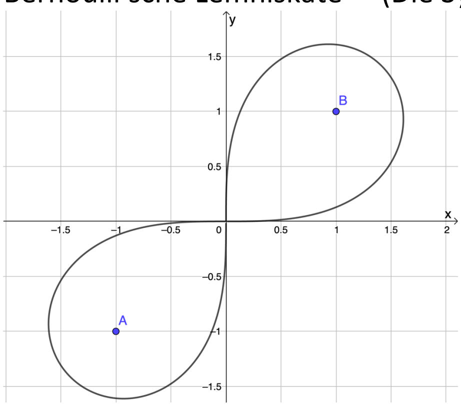
b) $\left|\begin{array}{c} x^2+y^2 \le 36 \\ (x-8)^2+(y-4)^2 \le 20 \end{array}\right|$

3. a) Mittelsenkrechte von $\overline{AB}$.
   b) Aus $\sqrt{(x-10)^2+(y-5)^2}=\sqrt{(x-30)^2+(y-1)^2}$ folgt z.B. $y=5x-97$.

4. a) Apolloniuskreis
   b) $\sqrt{x^2+y^2}=2\cdot\sqrt{(x-3)^2+y^2}$ umformen

5. a) Bernoulli'sche Lemniskate (mit dem Faktor c gestreckt.)
   b) $\sqrt{(x+c)^2+(y+c)^2}\cdot\sqrt{(x-c)^2+(y-c)^2}=c^2$ umformen
   c) $c=\frac{\sqrt{2}}{2}$

6. a) Bernoulli'sche Lemniskate (Die Symmetrieachsen liegen diagonal.)



   b) $\overline{AP}\cdot\overline{BP}=2=\sqrt{(x+1)^2+(y+1)^2}\cdot\sqrt{(x-1)^2+(y-1)^2}$ umformen

7. Aus $\overline{MP}-r=\overline{BP}$ folgt nach Umformungen $y=\frac{1}{x}$ mit $x>0$. (Hyperbelast)

8. Die Ellipsengleichung e folgt aus $\overline{AP}=\sqrt{x^2+(y-1)^2}=2\cdot(y+2)$.