

- Es sind 3 Seiten mit 6 Aufgaben. Jede Aufgabe gibt 12 Punkte.
- Für jede Aufgabe ein neues Doppelblatt verwenden
- Formelsammlung und Taschenrechner sind als Hilfsmittel erlaubt
- Alle Überlegungen müssen ersichtlich sein

***Viel Erfolg!!!***

1) Lineare Optimierung

Die Firma NO DOUBT stellt Pommes Chips her. Wegen des Erfolgs der bisherigen Sorten „Nature“ und „Paprika“ wird sie im Sommer 2009 die dritte Sorte „Exotic“ auf den Markt bringen. Gemäss den Marktprognosen wird man von „Exotic“ weniger verkaufen als von „Nature“ und auch weniger als von „Paprika“. Von den Paprika Chips wird man mindestens halb so viel verkaufen wie von den Nature Chips. Ausserdem wird der Anteil von „Nature“ mindestens 20% der gesamten verkauften Menge betragen.

- Bezeichnen Sie mit  $x$  die Anzahl Prozent „Nature“, mit  $y$  die Anzahl Prozent von „Paprika“ an der gesamten verkauften Menge. Stellen Sie das mögliche Produktionsgebiet graphisch dar.
- Der Gewinn pro Packung beträgt 1.05Fr. bei „Nature“, 1,10Fr. bei „Paprika“ und 1,20Fr. bei „Exotic“. Bei welchen Prozentzahlen wird der Gewinn maximal?
- Bei welchen Prozentzahlen wird der Gewinn minimal? („Worst case szenario“)
- Wegen der Konkurrenz muss möglicherweise der Verkaufspreis von „Nature“ gesenkt werden, wodurch sich auch der Gewinn pro Packung reduziert. Bis zu welchem Gewinn ist die bei b) gefundene Lösung optimal?

2) Parabeln

- Parabel 4ter Ordnung

$f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$  hat zwei Nullstellen:  $x_1 = 0$  und  $x_2 = 2$ . Der Punkt  $(0/0)$  ist Terrassenpunkt. Die Fläche, die vom Graphen und der x-Achse eingeschlossen wird, liegt im 4. Quadranten und hat die Grösse 1,6. Bestimmen Sie  $a, b, c, d$  und  $e$ .

- Parabel 3ter Ordnung

$f_t(x) = tx^3 - 3x^2 + (t+1)x + 2$  wobei  $t \neq 0$

- Bestimmen Sie den gemeinsamen Punkt dieser Kurvenschar
- Für welche  $t$  hat der Graph von  $f_t(x)$  nur eine einzige Stelle mit horizontaler Tangente? (Runden auf 2 Stellen nach dem Komma)

- Die Wendepunkte liegen auf einer Kurve. Gesucht ist die Funktionsgleichung dieser Kurve
- c) Parabel 2ter Ordnung  
Gegeben ist die Normalparabel  $f(x) = x^2$  und der Punkt  $A(0/4,25)$ . Wie gross ist der minimale Abstand von A zum Graphen von  $f(x)$ ?

### 3) Gebrochen rationale Funktion

Gegeben ist  $f(x) = \frac{4x^2 + 9x - 9}{2x^2}$ .

- a) Untersuchen Sie  $f(x)$  auf Definitionsbereich, Polstellen, Asymptoten, Nullstellen, Extrema, Wendepunkte. Skizzieren Sie anschliessend den Graphen. (Eine Einheit = 2 Häuschen. Nullstellen, Extrema, Wendepunkte exakt eintragen und Asymptote mit Farbe)
- b) Die Wendetangente, die y-Achse und die Gerade  $y=2$  begrenzen eine Fläche. Lassen Sie diese Fläche um die x-Achse rotieren und berechnen Sie das entsprechende Rotationsvolumen. (Runden Sie auf 2 Stellen nach dem Komma)
- c) Bestimmen Sie eine Stammfunktion von  $f(x)$ . (Tipp:  $f(x)$  nennerfrei schreiben!)
- d) Berechnen Sie die Fläche, die vom Graphen von  $f(x)$ , der Wendetangente und der Geraden  $y=2$  eingeschlossen wird. (Runden Sie auf 2 Stellen nach dem Komma)

### 4) e- Funktion

Gegeben ist die Funktionenschar  $f_t(x) = -tx^2 e^{-\frac{x}{t}}$ , wobei  $t > 0$  ist.

- a) Untersuchen Sie  $f_t(x)$  auf Nullstellen, Extrema, Wendepunkte und Verhalten für  $x \rightarrow \infty$  und  $x \rightarrow -\infty$ .
- b) Skizzieren Sie den Graphen von  $f_3(x)$ . (Runden Sie bei der Berechnung von Extrema und Wendepunkten auf 1 Stelle nach dem Komma. Eine Einheit = 1 Häuschen. Nullstellen, Extrema, Wendepunkte exakt eintragen)
- c) Der Graph von  $h(x) = -x^2$  berührt alle Graphen von  $f_t(x)$  in  $P(0/0)$ . Zeigen Sie das. Berechnen Sie Schnittpunkte zwischen dem Graphen von  $h(x)$  und den Graphen von  $f_t(x)$ . Für welche  $t$  liegt der Schnittpunkt rechts der y-Achse?

### 5) Vektorgeometrie

Die Gerade  $h$  geht durch die Punkte  $A(-4/4/5)$  und  $B(-1/2/1)$ . Die Ebene  $E$  ist durch die Punkte  $P(0/0/0)$ ,  $Q(6/6/0)$  und  $R(6/6/6)$  gegeben.

- a) Bestimmen Sie den Schnittpunkt  $S$  der Geraden  $h$  mit der Ebene  $E$ . Berechnen Sie auch den Neigungswinkel der Geraden  $h$  bezüglich der Ebene  $E$ .
- b) Zusätzlich sei der Punkt  $C(6/6/2)$  gegeben. Zeigen Sie, dass er in der Ebene  $E$  liegt. Berechnen Sie die Höhe  $h_c$  und die Fläche des Dreiecks  $ABC$ . Berechnen Sie auch den Abstand des Schwerpunktes des Dreiecks  $ABC$  von der Ebene  $E$ . (Runden Sie auf 2 Stellen nach dem Komma)
- c) Das Dreieck  $PQR$  sei die Grundfläche eines geraden Prismas mit Höhe  $\sqrt{8}$ . Berechnen Sie die fehlenden Eckpunkte des Prismas.

6) Wahrscheinlichkeitsrechnung

Die Firma Steinbeiss stellt Computermodems her. Ihre eigene Kontrollabteilung garantiert, dass im Durchschnitt 98% der gelieferten Geräte fehlerfrei funktionieren.

- a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass 4 von 30 gelieferten Modems nicht einwandfrei funktionieren? (Geben Sie das Resultat in % an und runden Sie auf 2 Stellen nach dem Komma)
- b) Der Käufer Knellwolf geht nun bei seiner Eingangskontrolle wie folgt vor: Er entnimmt eine Stichprobe von 30 Geräten. Sind höchstens 2 davon fehlerhaft, so nimmt er die Lieferung an, ansonsten schickt er sie zurück. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird er also die Sendung nicht annehmen? (Geben Sie das Resultat in % an und runden Sie auf 2 Stellen nach dem Komma)
- c) Wie viele Geräte muss man bestellen, damit man mit 90%iger Sicherheit mindestens ein fehlerhaftes Modem bekommt?

Unabhängige Teilaufgabe:

An einem Konservatorium spielen 12% der Studenten Violine. 75% von Ihnen haben Eltern, die selber schon Violinisten sind. Von den Studenten, die nicht Violine studieren, spielen 34% der Eltern jedoch auch professionell Violine.

- d1) Mit welcher Wahrscheinlichkeit spielen die Eltern eines Konservatoriumsstudenten Violine?
- d2) An einem Fest des Konservatoriums kommen die Eltern eines Studenten zur Türe herein. Sie spielen nicht Violine. Mit welcher Wahrscheinlichkeit spielt ihr Kind das schöne Instrument Violine?