

Erlaubte Hilfsmittel: Eigene, handschriftlich angereicherte Formelsammlung DMK/DPK ohne Einlageblätter sowie der im Unterricht verwendete Taschenrechner. Alle 7 Aufgaben haben dasselbe Gewicht. Es zählen nur die Punkte der 6 am besten gelösten Aufgaben.

Der Lösungsweg muss klar ersichtlich sein. Lösen Sie z.B. ein Gleichungssystem mit dem Solver, so müssen die Gleichungen explizit aufgeschrieben werden. Benutzen Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt.

1. 5 Fischer haben zusammen 11 Fische gefangen. Peter fing alleine 6 von diesen 11 Fischen und behauptet nun, dass er eben besser fische als die anderen.
 - a) Mit welcher WS. fängt Peter rein zufällig mehr als die Hälfte dieser 11 Fische, obwohl er nicht besser fischen kann als seine Kollegen?
 - b) Mit welcher WS. fängt irgendeiner der 5 Fischer rein zufällig mehr als die Hälfte von 11 total gefangenen Fischen?
 - c) Es sei X die Anzahl Fische, die Peter gefangen hat, wenn alle 5 zusammen 11 Fische gefangen haben. Wie gross sind der Erwartungswert und die Standardabweichung für X wenn wir annehmen, dass Peter nicht besser fischt als seine Kollegen ?

Nun seien in einem Teich anfänglich 22 Forellen und 67 weniger edle Fische. Peter fängt 8 Fische, und davon sind 4 Forellen. Er behauptet nun, dass er eben gezielt nach Forellen fische.

- d) Mit welcher WS. hat es rein zufällig 4 oder noch mehr Forellen dabei, wenn man 8 Fische aus diesem Teich zieht?
 - e) Mit welcher WS. zieht Peter abwechselnd eine Forelle, dann einen anderen Fisch, dann wieder eine Forelle usw., wenn er 8 Fische - und davon 4 Forellen - fängt?
2. Die Kurve mit der Gleichung $y = (k - x) \cdot \sqrt{x}$ schliesst für $k > 0$ mit der x -Achse im 1. Quadranten eine endliche Fläche ein.
 - a) Berechnen Sie diese Fläche in Abhängigkeit von k .
 - b) Nun lassen wir diese Fläche um die x -Achse rotieren. Für welchen Wert von k hat das derart erzeugte Rotationsvolumen den Inhalt $3 \cdot \pi$?
 - c) Diesem Rotationskörper wird ein Kreiskegel mit Spitze im Nullpunkt und der x -Achse als Kegelachse einbeschrieben. Berechnen Sie das maximale Volumen dieses Kegels in Abhängigkeit von k .

3. $N = (0/0/7)$ sei der Nordpol einer Weltkugel, deren Mittelpunkt im Koordinatenursprung liegt. Die beiden Punkte $A = (6/-2/z)$ und $B = (-2/6/z)$ liegen auf demselben Breitenkreis der nördlichen Halbkugel. Berechnen Sie
 - a) die Länge des Bogenstücks auf dem Breitenkreis von A bis B
 - b) die Länge des kürzesten Bogenstücks von A nach B auf der Kugeloberfläche
 - c) den Winkel zwischen der Tangentialebenen in A und der Geraden durch A und B

4. In einer Urne liegen 4 weisse und 5 schwarze Kugeln. Abel und Kain ziehen abwechselnd eine Kugel, Abel beginnt. Sieger ist, wer als erster eine weisse Kugel zieht.
 - a) Wie gross ist die WS. für Abel, das Spiel zu gewinnen, wenn die gezogene Kugel nicht in die Urne zurückgelegt wird?
 - b) Gleiche Frage wie a) für den Fall, wo die gezogene Kugel wieder zurückgelegt wird.
 - c) Nach wievielen Zügen ist die WS. dafür, dass das Spiel beim Ziehen mit Zurücklegen noch nicht zuende ist, erstmals kleiner als ein Millionstel?

5. Gegeben ist die Funktion $f(x) = a \cdot x \cdot e^{-x^2}$.
- Diskutieren Sie die Funktion und bestimmen Sie a so dass das Maximum den y -Wert 1 erhält.
 - Berechnen Sie für $a = 4$ die unendlich ausgedehnte Fläche, welche der Graph von f im ersten Quadranten mit der x -Achse einschliesst.
 - Bestimmen Sie a so dass sich die Graphen von f und der Sinusfunktion im Nullpunkt rechtwinklig schneiden.
6. Gegeben ist eine Gerade g durch die beiden Punkte $A = (-4/5/4)$ und $B = (5/-1/4)$, eine weitere Gerade h durch die beiden Punkte $C = (-5/16/1)$ und $D = (7/0/-3)$ sowie eine Ebene E durch die Gleichung $x - 9y + 4z = 0$.
- Berechnen Sie den Abstand des Punktes A von der Geraden h
 - Berechnen Sie den Abstand der beiden Geraden g und h
 - Bestimmen Sie einen Punkt P auf g sowie einen Punkt Q auf H so, dass die Strecke PQ senkrecht steht auf der Ebene E
7. Vier unabhängige kürzere Aufgaben:
- Wieviele Fragen braucht es bei einem Multiple-Choice-Test mindestens, um die Banausen und die Könner (die definiert seien durch eine Trefferquote von $p \geq 0.8$) klar zu erkennen ?
Es sei jeweils genau eine von 4 Antworten richtig, und 'klar erkennen' sei dadurch definiert, dass beide Fehlerarten kleiner als 2% sein sollen.
 - Zeigen Sie, wie man das folgende Gleichungssystem lösen kann ('log' bezeichne den Logarithmus zur Basis 10):

I	$\log(x) + \log(y) = 2$
II	$\log(y^2/x) = 1 + \log(8)$
 - Welchen Zwischenwinkel schliessen die Tangenten von $P=(6/9)$ an den Kreis k mit der Gleichung $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 35 = 0$ ein ?
 - Wir würfeln mit 6 Laplace-Würfeln gleichzeitig. Bestimmen Sie für die Summe der Augenzahlen den Erwartungswert und die Standardabweichung.