Selbsteinschätzungstest
Auswertung und Lösung

`Abgaben:` 1416 / 2587

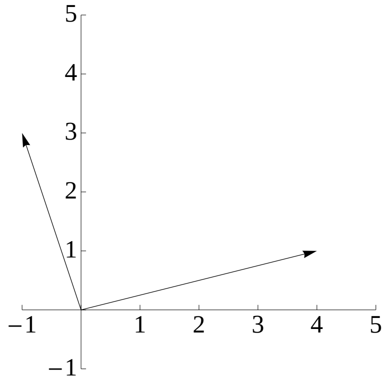
`Maximal erreichte Punktzahl:` 28

`Minimal erreichte Punktzahl:` 1

`Durchschnitt:` 17

Frage 1 (Diese Frage haben ca. 0% nicht beantwortet.)

Welcher Vektor entspricht der Summe der beiden Vektoren im Bild?



Ca. 1% ○ $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

Ca. 1% ○ $\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$

Ca. 1% ○ $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

Ca. 0% ○ $\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

√ **Ca. 97%** ○ Keine der obigen Antworten ist richtig.

Die beiden Vektoren im Bild haben die Koordinaten $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$. Dann ist die Summe

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 + (-1) \\ 1 + 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Diese Lösungsmöglichkeit wird nicht angeboten.

Frage 2 (Diese Frage haben ca. 0% nicht beantwortet.)

Sei $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$. Dann ist $|\vec{a}| =$

Ca. 3% ◯ 1.

Ca. 0% ◯ 2.

√ **Ca. 83%** ◯ 3.

Ca. 13% ◯ 9.

Ca. 1% ◯ Keines davon.

Der Betrag eines Vektors $\vec{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ berechnet sich durch

$$|\vec{v}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

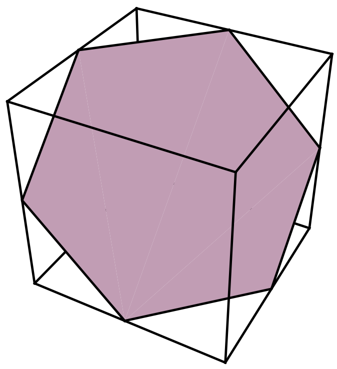
In unserem Fall rechnen wir nach, dass $\sqrt{1+4+4} = 3$ gilt.

Frage 3 (Diese Frage haben ca. 1% nicht beantwortet.)

Angenommen der Schnitt einer Ebene mit einem Würfel ist ein Polygon. Die maximale Anzahl von Ecken eines solchen Schnittpolygons ist ...

	Ca. 1%	◯	3.
	Ca. 55%	◯	4.
√	**Ca. 26%**	◯	6.
	Ca. 10%	◯	8.
	Ca. 7%	◯	Keine der anderen Antworten ist korrekt.

Da ein Würfel 6 Seitenflächen hat, schneidet eine Ebene höchstens diese 6 Flächen. Um ein Polygon mit 6 Ecken anzugeben, wähle 6 Kantenmittelpunkte des Würfels, wie im Bild unten angegeben, und verbinde diese.



Frage 4 (Diese Frage haben ca. 0% nicht beantwortet.)

Welche der folgenden Rechenregeln stimmt für alle reellen Zahlen a und b?

Ca. 5% ○ $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

Nein, wähle zum Beispiel $a = 1$ und $b = 2$. Dann ist die linke Seite gleich $\frac{1}{3}$, die rechte gleich $\frac{3}{2}$.

Ca. 2% ○ $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

Nein, wähle zum Beispiel $a = 1$ und $b = 4$. Dann ist die linke Seite gleich $\sqrt{5}$, die rechte gleich 3.

Ca. 4% ○ $(a + b)(c + d) = ac + bd$

Nein. Setze zum Beispiel a und d gleich Null und $c = b = 1$, dann gilt für die linke Seite:

$$(a + b)(c + d) = (0 + 1)(1 + 0) = 1 \cdot 1 = 1,$$

für die rechte Seite aber:

$$ac + bd = 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 = 0 + 0 = 0.$$

Hingegegen gilt $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$.

Ca. 14% ○ $\ln(a + b) = \ln(a) + \ln(b)$

Nein. Finden Sie ein Zahlenbeispiel, welches die Gleichung nicht erfüllt. Es gilt aber $\ln(a \cdot b) = \ln(a) + \ln(b)$.

√ **Ca. 75%** ○ Keine.

Frage 5 (Diese Frage haben ca. 0% nicht beantwortet.)

Welche reellen Zahlen x erfüllen die Ungleichung $|x - 2| \leq 3$?

Ca. 1% ○ Die Ungleichung ist niemals erfüllt.

Ca. 22% ○ $x \leq 5$

Ca. 3% ○ $x \in [-3, 3]$

Ca. 2% ○ $x \geq -1$

√ **Ca. 72%** ○ Keine der obigen Antworten ist richtig.

Es gilt:

$$|x - 2| \leq 3 \Leftrightarrow (x - 2 \leq 3 \ \wedge \ -(x - 2) \leq 3) \Leftrightarrow (x \leq 5 \ \wedge \ -1 \leq x) \Leftrightarrow x \in [-1, 5].$$

Frage 6 (Diese Frage haben ca. 1% nicht beantwortet.)

Die Lösungsmenge der Gleichung $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$ ist ...

Ca. 2% ◯ leer.

Ca. 12% ◯ $\{-1, 1\}$.

Ca. 5% ◯ $\{-2, -1, 1, 2\}$.

√ **Ca. 75%** ◯ $\{-\sqrt{2}, -1, 1, \sqrt{2}\}$.

Ca. 5% ◯ Keine der Aussagen stimmt.

Sei $x^2 = z$, dann ergibt sich die quadratische Gleichung $z^2 - 3z + 2 = 0$, mit Lösungen:

$$z_{1/2} = \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} - 2} = \frac{3}{2} \pm \frac{1}{2}.$$

Setzen wir die Lösungen $z_1 = 1, z_2 = 2$ in die Gleichung $x^2 = z$ ein und lösen jeweils nach x auf, so erhalten wir die Lösungsmenge $\{-\sqrt{2}, -1, 1, \sqrt{2}\}$.

Frage 7 (Diese Frage haben ca. 3% nicht beantwortet.)

Welcher der folgenden Ausdrücke ist gleich $\ln(a^4b^2) - \ln(a^2b^{-2})$?

Ca. 1% ◯ $6 \ln a$

Ca. 6% ◯ $2\ln(a) - 4\ln(b)$

Ca. 8% ◯ $\frac{\ln(a^2b)}{\ln(ab^{-1})}$

√ **Ca. 63%** ◯ $\ln(a^2b^4)$

Ca. 18% ◯ Keine der obigen Antworten ist richtig.

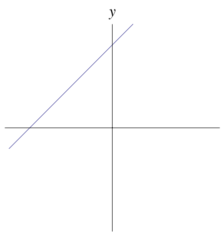
Verwende die Rechenregeln $\ln(ab) = \ln a + \ln b$ und $\ln(a^r) = r \ln a$ und erhalte

$$\ln(a^4b^2) - \ln(a^2b^{-2}) = 4\ln a + 2\ln b - (2\ln a - 2\ln b) = 2\ln a + 4\ln b = \ln(a^2b^4).$$

Frage 8 (Diese Frage haben ca. 0% nicht beantwortet.)

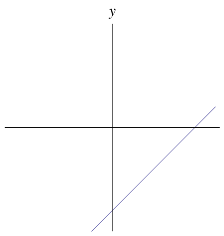
Welche Gerade passt zur Gleichung $y = -x + 4$?

Ca. 3% ◯



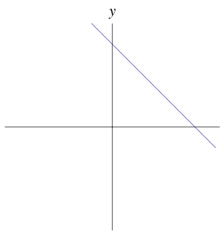
Nein. Diese Gerade hat positve Steigung, aber x negatives Vorzeichen.

Ca. 0% ◯



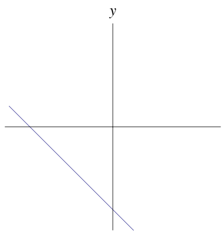
Nein. Diese Gerade hat positve Steigung, aber x negatives Vorzeichen.

√ **Ca. 94%** ◯



Richtig. Die Gerade zur Gleichung hat negative Steigung und positiven y-Achsenabschnitt.

Ca. 1% ◯



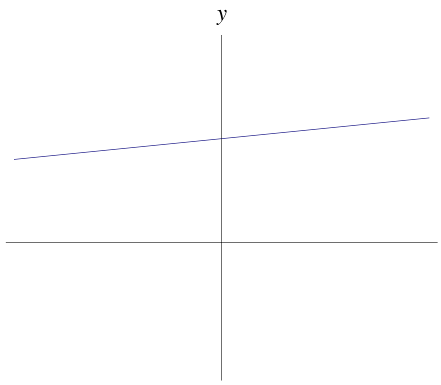
Nein. Der y-Achsenabschnitt dieser Geraden ist negativ, aber in der gegebenen Gleichung positiv.

Ca. 1% ◯ Keine dieser.

Nein, eine Gerade passt zur Gleichung.

Frage 9 (Diese Frage haben ca. 1% nicht beantwortet.)

Welche Gleichung passt zur folgenden Gerade?



Ca. 0% ◯ $y = \frac{1}{10}$

√ **Ca. 97%** ◯ $y = \frac{1}{10}x + \frac{3}{2}$

Ca. 1% ◯ $y = -4x + \frac{3}{2}$

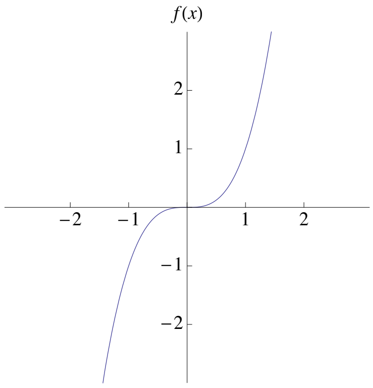
Ca. 0% ◯ $y = \frac{1}{10}x - 4$

Ca. 1% ◯ Jede der Gleichungen könnte es ein.

Die Gerade besitzt positive Steigung und positiven y-Achsenabschnitt. In der Geradengleichung $y = ax + b$ müssen also a und b grösser 0 sein. Dies trifft allein für $y = \frac{1}{10}x + \frac{3}{2}$ zu.

Frage 10 (Diese Frage haben ca. 1% nicht beantwortet.)

Die Zeichnung zeigt den Graphen der Funktion f mit $f(x) = x^3$.
Durch Verschieben um 2 Einheiten nach rechts erhalten wir den Graphen einer neuen Funktion g. Wie lautet die Funktionsgleichung von g?



√ **Ca. 76%** ○ $g(x) = (x-2)^3$

Ca. 8% ○ $g(x) = (x+2)^3$

Ca. 4% ○ $g(x) = x^3 - 2$

Ca. 7% ○ $g(x) = x^3 + 2$

Ca. 4% ○ Keine der obigen Antworten ist richtig.

Eine Verschiebung um 2 nach rechts bedeutet, dass die neue Funktion g den Wert $f(x)$ bei $x+2$ annimmt: $g(x+2) \stackrel{!}{=} f(x)$ für alle $x \Leftrightarrow g(x) = f(x-2)$. Das heisst, in $f(x)$ ist die Variable x durch $x-2$ zu ersetzen.

Frage 11 (Diese Frage haben ca. 2% nicht beantwortet.)

Bestimmen Sie ohne Taschenrechner $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

- √ **Ca. 70%** ○ $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- Ca. 10% ○ $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- Ca. 1% ○ $-\frac{1}{2}$
- Ca. 0% ○ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
- Ca. 17% ○ Das geht nur mit einem Taschenrechner.

Das Bogenmass $\frac{\pi}{3}$ entspricht dem Winkel 60 Grad. Betrachte ein gleichseitiges Dreieck mit Seitenlänge 1. Mit Hilfe einer Höhe erhalten wir ein neues rechtwinkliges Dreieck. In diesem hat die Gegenkathete des Winkels (gleich dieser Höhe) die Länge $\sqrt{1-\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Damit ist der Sinus gleich

$$\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Frage 12 (Diese Frage haben ca. 3% nicht beantwortet.)

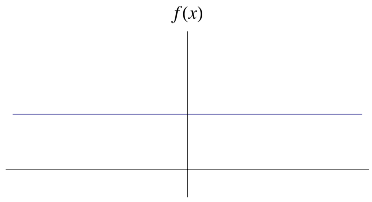
Bestimmen Sie ohne Taschenrechner n, sodass $\cos\left(\frac{\pi}{n}\right) > \sin\left(\frac{\pi}{n}\right)$ gilt.

- Ca. 7% ○ $n = 2$
- Ca. 6% ○ $n = 3$
- Ca. 7% ○ $n = 4$
- √ **Ca. 66%** ○ $n = 5$
- Ca. 11% ○ Das geht nur mit einem Taschenrechner.

Am Einheitskreis beschreibt der Kosinus die x-Koordinate, der Sinus die y-Koordinate. Die Winkelhalbierende $y = x$ schliesst mit der x-Achse den Winkel $45°$ ein, dieser entspricht dem Bogenmass $\frac{\pi}{4}$. Für $\frac{\pi}{5} < \frac{\pi}{4}$ ist die x-Koordinate grösser als die y-Koordinate, also $\cos\frac{\pi}{5} > \sin\frac{\pi}{5}$.

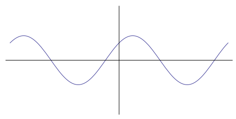
Frage 13 (Diese Frage haben ca. 4% nicht beantwortet.)

Welche Funktion $x \mapsto f(x)$ passt zum folgenden Graphen?



Ca. 8% ◯ $x \mapsto \sin(x) + \cos(x)$

Nein, der Funktionsgraph der Funktion sieht so aus:



√ **Ca. 73%** ◯ $x \mapsto \sin^2(x) + \cos^2(x)$

Richtig. Die Summe $\sin^2(x) + \cos^2(x)$ ist konstant gleich 1.

Ca. 4% ◯ $x \mapsto \sin(x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

Nein. Mit den Additionstheoremen zeigt sich, dass die Funktion gleich $x \mapsto 2\sin(x)$ ist.

Ca. 6% ◯ $x \mapsto \sin(x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$

Nein. Mit den Additionstheoremen zeigt sich, dass die Funktion zwar konstant ist, aber gleich 0.

Ca. 5% ◯ $x \mapsto \sin^2(x) - \cos^2(x)$

Nein. Diese Funktion ist gleich $x \mapsto -\cos(2x)$.

Frage 14 (Diese Frage haben ca. 3% nicht beantwortet.)

Welche Periode hat die Funktion f mit $f(x) = \sin(2x)$?

Ca. 6% ◯ Es liegt keine Periode vor!

Ca. 5% ◯ 2

√ **Ca. 69%** ◯ π

Ca. 16% ◯ $\frac{\pi}{2}$

Ca. 1% ◯ π^2

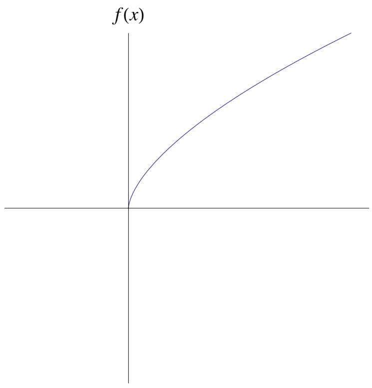
Eine Funktion f hat genau dann Periode $p > 0$, wenn für alle x gilt: $f(x) = f(x + p)$. Für die Sinus-Funktion gilt für alle x: $\sin(x) = \sin(x + 2\pi)$. In der Aufgabe folgt

$$f(x) = \sin(2x) = \sin(2x + 2\pi) = \sin(2(x + \pi)) = f(x + \pi).$$

Die Funktion f mit $f(x) = \sin(2x)$ hat die Periode π.

Frage 15 (Diese Frage haben ca. 2% nicht beantwortet.)

Welche Funktion $x \mapsto f(x)$ passt zur folgenden Kurve?



Ca. 3% ◯ $x \mapsto x^{\pi}$

Ca. 7% ◯ $x \mapsto x^{\frac{\pi}{3}}$

√ **Ca. 37%** ◯ $x \mapsto x^{\frac{\pi}{5}}$

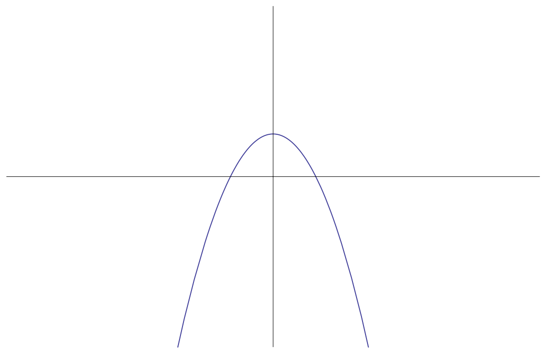
Ca. 40% ◯ Die Kurve passt zu keiner der drei Funktionen.

Ca. 10% ◯ Die Kurve passt zu jeder der drei Funktionen.

Der Graph einer Potenzfunktion $x \mapsto x^r$ ist von der gegebenen Form, falls für den Exponent gilt $0 < r < 1$. Dies ist hier nur für $\frac{\pi}{5} = 0.628319...$ gegeben.

Frage 16 (Diese Frage haben ca. 1% nicht beantwortet.)

Welche Funktion $x \mapsto f(x)$ passt zur folgenden Kurve?



	Ca. 1%	◯	$x \mapsto x^2 + 1$
	Ca. 3%	◯	$x \mapsto x^{-2} + 1$
√	**Ca. 93%**	◯	$x \mapsto -x^2 + 1$
	Ca. 1%	◯	$x \mapsto x^2 - 1$
	Ca. 0%	◯	$x \mapsto x^{-2} - 1$

Die Kurve zeigt eine nach unten geöffnete Parabel. Damit muss der Exponent r von x^r grösser als 1 und der Vorfaktor von x^r negativ sein. Ausserdem ist der Schnittpunkt mit der y-Achse ist positiv. Es bleibt nur die Funktion: $x \mapsto -x^2 + 1$.

Frage 17 (Diese Frage haben ca. 2% nicht beantwortet.)

Der Grenzwert

$$\lim_{n\to\infty} \frac{2n^3 - 1}{10n^3 + n + 21}$$

ist gleich ...

√ **Ca. 71%** ○ $\frac{1}{5}$.

Ca. 15% ○ 0.

Ca. 5% ○ ∞.

Ca. 2% ○ $\frac{1}{32}$.

Ca. 5% ○ $-\frac{1}{21}$.

Es gilt:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{2n^3 - 1}{10n^3 + n + 21} \underbrace{=}_{\substack{\text{Zähler und Nenner} \\ \text{dividiert durch } n^3}} \lim_{n\to\infty} \frac{2 - \frac{1}{n^3}}{10 + \frac{1}{n^2} + \frac{21}{n^3}}.$$

Da die Summanden $\frac{1}{n^3}, \frac{1}{n^2}, \frac{21}{n^3}$ jeweils eine Nullfolge bilden, wird der Grenzwert des Quotienten nach den Rechenregeln für Grenzwerte zu $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$.

Frage 18 (Diese Frage haben ca. 3% nicht beantwortet.)

Die Summe

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{16} - \dots$$

ist gleich ...

Ca. 10% ○ $\frac{1}{2}$.

√ **Ca. 70%** ○ $\frac{2}{3}$.

Ca. 4% ○ 2.

Ca. 3% ○ $\frac{3}{2}$.

Ca. 9% ○ ∞.

Die gegebene Summe definiert eine geometrische Reihe:

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{16} - \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^n = \sum_{n=0}^{\infty} q^n.$$

Da $|q| = \left|-\frac{1}{2}\right| = \frac{1}{2} < 1$, konvergiert die geometrische Reihe und hat den Grenzwert $\frac{1}{1-q} = \frac{2}{3}$.

Frage 19 (Diese Frage haben ca. 2% nicht beantwortet.)

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n+1}{n}\right)^n =$$

Ca. 35% ○ 1

Ca. 19% ○ ∞

Ca. 4% ○ 0

Ca. 1% ○ π

√ **Ca. 39%** ○ e

Eine Definition der Eulersche Zahl e erfolgt durch den Grenzwert

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n+1}{n}\right)^n = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n.$$

Frage 20 (Diese Frage haben ca. 5% nicht beantwortet.)

Der Grenzwert

$$\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{2+h}-\sqrt{2}}{h}$$

beträgt

Ca. 43% ○ 0.

√ **Ca. 29%** ○ $\frac{1}{2\sqrt{2}}$.

Ca. 3% ○ $\frac{1}{2}$.

Ca. 4% ○ $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Ca. 17% ○ ∞.

Erweitern des Zählers und Nenners mit $\sqrt{2+h}+\sqrt{2}$ ergibt:

$$\frac{\sqrt{2+h}-\sqrt{2}}{h}\cdot\frac{\sqrt{2+h}+\sqrt{2}}{\sqrt{2+h}+\sqrt{2}} = \frac{(2+h)-2}{h(\sqrt{2+h}+\sqrt{2})} = \frac{1}{\sqrt{2+h}+\sqrt{2}}.$$

Damit erhalten wir für den Grenzwert

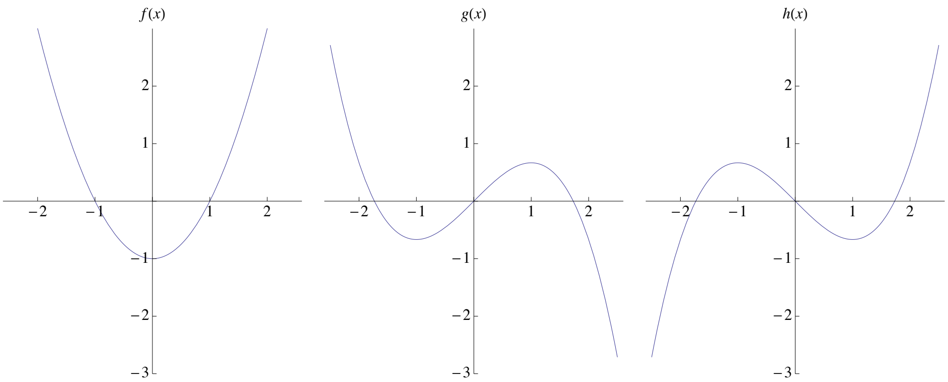
$$\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{2+h}-\sqrt{2}}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{1}{\sqrt{2+h}+\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}.$$

Ein anderes Argument lautet: Der Grenzwert ist der Differentialquotient der Funktion f mit $f(x)=\sqrt{x}$ an der Stelle 2, und es gilt $f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}$, und damit

$$f'(2) = \lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{2+h}-\sqrt{2}}{h} = \frac{1}{2\sqrt{2}}.$$

Frage 21 (Diese Frage haben ca. 2% nicht beantwortet.)

Die drei Graphen stellen die Funktionen f, g und h dar. Welche Aussage ist richtig?



Ca. 4% ○ $f' = g$

Nein. Z.B. ist die Steigung von f bei $x = -2$ negativ, aber $g(-2) > 0$.

Ca. 7% ○ $g' = f$

Nein. Z.B. ist die Steigung von g bei $x = -2$ negativ, aber $f(-2) > 0$.

Ca. 10% ○ $f' = h$

Nein. Z.B. wechselt die Ableitung von f zwischen -2 und -1 das Vorzeichen nicht, da die Steigung dort immer negativ verläuft. Aber es ist $h(-2) < 0$ und $h(-1) > 0$.

√ **Ca. 63%** ○ $h' = f$

Richtig!

Ca. 13% ○ $g' = h$

Nein. Z.B. ist die Steigung von g im Nullpunkt positiv, aber $h(0) = 0$.

Frage 22 (Diese Frage haben ca. 2% nicht beantwortet.)

Sei f die Funktion mit $f(x) = e^{2x}$. Wie lautet die Gleichung der Ableitung f'?

Ca. 7% ◯ $f'(x) = 2xe^{2x-1}$

Ca. 2% ◯ $f'(x) = \frac{1}{2}e^{2x}$

√ **Ca. 80%** ◯ $f'(x) = 2e^{2x}$

Ca. 7% ◯ $f'(x) = e^{2x}$

Ca. 2% ◯ Keine der obigen Antworten ist richtig.

Es gilt:

$$f'(x) = \left(e^{2x}\right)' \underbrace{=}_{\text{Kettenregel}} (2x)'(e^{2x})' = 2e^{2x}.$$

Frage 23 (Diese Frage haben ca. 5% nicht beantwortet.)

Sei $f(x) = \ln(\sin x)$ mit $x \in]0, \pi[$. Wie lautet die Gleichung der Ableitung?

Ca. 13% ◯ $f'(x) = \frac{1}{\sin(x)}$

√ **Ca. 61%** ◯ $f'(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$

Ca. 7% ◯ $f'(x) = \ln(\cos(x))$

Ca. 6% ◯ $f'(x) = \frac{1}{x}\sin(x) + \ln(\cos x)$

Ca. 8% ◯ $f'(x) = \cos(x)\ln(\sin x)$

Die Anwendung der Kettenregel ergibt:

$$f'(x) = \left(\ln(\sin(x))\right)' = (\sin(x))'\frac{1}{\sin(x)} = \cos(x)\frac{1}{\sin(x)} = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}.$$

Frage 24 (Diese Frage haben ca. 6% nicht beantwortet.)

Die Steigung der Tangente in $x_0 = \frac{\pi}{2}$ an den Graphen der Funktion f mit $f(x) = -\cos(3x)$ ist ...

Ca. 13% ○ Die Tangente existiert nicht.

Ca. 10% ○ 1.

√ **Ca. 50%** ○ -3.

Ca. 9% ○ $3\sin(3)$.

Ca. 11% ○ 3.

Die Steigung der Tangente a_t an den Graphen einer Funktion f in einem Punkt x_0 ist gleich dem Wert der Ableitungsfunktion f' in x_0, das heisst, $a_t = f'(x_0)$. Hier ist $f(x) = -\cos(3x)$ und $f'(x) = 3\sin(3x)$, und damit die Steigung gleich

$$f'(\frac{\pi}{2}) = 3\sin(3\frac{\pi}{2}) = 3 \cdot (-1) = -3.$$

Frage 25 (Diese Frage haben ca. 4% nicht beantwortet.)

Das Integral $\int_{-1}^{1} |t|\,dt$ beträgt

Ca. 40% ◯ 0.

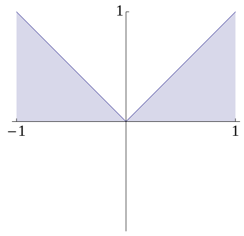
√ **Ca. 39%** ◯ 1.

Ca. 12% ◯ 2.

Ca. 0% ◯ 4.

Ca. 5% ◯ Keine der obigen Antworten ist richtig.

Das Integral $\int_{-1}^{1} |t|\,dt$ ist der Inhalt der Fläche, welche der Funktionsgraph mit der x-Achse einschliesst. Also:



Die beiden Dreiecke bilden zusammen ein Quadrat mit Seitenlänge 1, welches den Flächeninhalt 1 hat. Mithin gilt $\int_{-1}^{1} |t|\,dt = 1$.
Alternativ können wir aufgrund der Symmetrieeigenschaft der Betragsfunktion auch rechnen:

$$\int_{-1}^{1} |t|\,dt = 2 \cdot \int_{0}^{1} t\,dt = 2\left(\frac{1}{2}t^2\Big|_0^1\right) = 2\left(\frac{1}{2} - 0\right) = 1.$$

Frage 26 (Diese Frage haben ca. 6% nicht beantwortet.)

Das Integral

$$\int_0^1 e^{-2t}\,dt$$

ist gleich ...

Ca. 7% ◯ $1 - \frac{1}{e^2}$.

Ca. 7% ◯ $\frac{1}{2e^2}$.

Ca. 11% ◯ $\frac{1}{2} - \frac{1}{e^2}$.

Ca. 13% ◯ $1 - \frac{1}{2e^2}$.

√ **Ca. 56%** ◯ Keine der obigen Antworten ist richtig.

Das Integral berechnet sich durch

$$\int_0^1 e^{-2t}\,dt = -\frac{1}{2}e^{-2t}\Big|_0^1 = -\frac{1}{2}e^{-2} - (-\frac{1}{2}\cdot 1) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2e^2}.$$

Frage 27 (Diese Frage haben ca. 7% nicht beantwortet.)

Sei f die Funktion mit $f(x) = \int_3^x \sin(t)\,dt$. Wie lautet die Gleichung der Ableitung?

Ca. 19% ◯ $f'(x) = \cos(x) - \cos(3)$

Ca. 19% ◯ $f'(x) = \sin(x) - \sin(3)$

Ca. 8% ◯ $f'(x) = \cos(x)$

√ **Ca. 32%** ◯ $f'(x) = \sin(x)$

Ca. 16% ◯ Keine der Gleichungen ist korrekt.

Sei f eine stetige Funktion und a eine Konstante. Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung besagt, dass die Funktion F mit $F(x) = \int_a^x f(t)\,dt$ eine Stammfunktion von f ist. Es gilt also $F'(x) = f(x)$. Setze hier f als die Funktion $f(x) = \sin x$ und $a = 3$.
Alternative: Berechne das Integral direkt durch:

$$\int_3^x \sin(t)\,dt = -\cos t\Big|_3^x = -\cos x + \cos 3.$$

Dann ist $f'(x) = (-\cos x + \cos 3)' = \sin x$.

Frage 28 (Diese Frage haben ca. 7% nicht beantwortet.)

Welches Paar von Gleichungen bzw. Parameterdarstellungen definiert Geraden, die nicht zueinander senkrecht sind?

- Ca. 13% ○ $y = \frac{1}{3}x;\ 3x + y - \frac{1}{4} = 0$
- Ca. 19% ○ $\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{3}{4}t \\ y = \frac{1}{2}t \end{array} \right.;\ \left\{ \begin{array}{l} x = 2 - 2t \\ y = 3 + 3t \end{array} \right.$
- √ **Ca. 41%** ○ $y = \frac{2}{3}x + 1;\ x = -\frac{3}{2}y - 9$
- Ca. 9% ○ $y = -\frac{1}{4}x;\ x = \frac{1}{4}y + 4$
- Ca. 10% ○ $y = x;\ y = 1 - x$

Zwei Geraden $g_1 : y = a_1x + b_1$ und $g_2 : y = a_2x + b_2$ stehen genau dann senkrecht aufeinander, wenn das Produkt der beiden Steigungen gleich minus eins ist:

$$a_1 \cdot a_2 = -1.$$

In den fünf Beispielen trifft dies nur für $a_1 = \frac{2}{3}$ und $a_2 = -\frac{2}{3}$ nicht zu.
Beachten Sie, dass die Gleichungen in die richtige Form gebracht werden müssen.