Das Zahlenwahlspiel

Die Qual der Wahl

Maturaarbeit von Gil Camenzind

Kollegium St. Fidelis Stans

Eingereicht am 21.10.2013

INHALTSVERZEICHNIS

1 Vorwort

1.1 Begründung der Themenwahl

Schon vor Beginn der Maturaarbeit stand für mich fest, dass ich zu einem Thema aus der Informatik und der Soziologie schreiben möchte und mein Produkt eine Software sein würde. Mit 13 Jahren habe ich auf Weihnachten mein erstes Notebook geschenkt bekommen und bald darauf angefangen, mich für Softwareentwicklung zu interessieren. Auch die Psychologie ist meiner Meinung nach eine Wissenschaft, der von den meisten Leuten zu wenig Beachtung beigemessen wird – obwohl jeder von uns täglich mit unzähligen Menschen zu tun hat.

Bis zur definitiven Fassung dieser Arbeit haben sich einige Dinge geändert. Am Anfang sollte mein Produkt ein komplettes Browserspiel werden, bei dem verschiedene Personen online gegeneinander antreten können. Nach einigen Gesprächen mit meinem Mentor stellte sich heraus, dass es schwierig sein würde, wissenschaftlich über den Entwicklungsprozess eines kompletten Spiels zu schreiben, ohne einen konkreten Anhaltspunkt zur Analyse zu haben. Daher kam die Idee auf, die Arbeit auf einen kleinen Bereich eines Spiels zu begrenzen und eine konkrete, strategische Situation zu untersuchen. Schnell bin ich in diesem Zusammenhang auf einen Teilbereich der Mathematik – die Spieltheorie – gestossen. Nach dem Lesen des Buchs "Spieltheorie – Einführung, Beispiele, Experimente" von Prof. Dr. Andreas Diekmann hatte ich eine ziemlich genaue Vorstellung über das Produkt meiner Arbeit: Ein spieltheoretisches Experiment in Form einer Webseite.

1.2 Dank

Ich bedanke mich bei allen Personen, die mich während der Arbeitszeit unterstützt haben. Besonders möchte ich allen Probanden der vier Schulklassen und deren Lehrpersonen für ihre Teilnahme am Experiment meinen Dank aussprechen.
Mein ausserordentlicher Dank geht an meinen Mentor Herr Gehrig, der mich jederzeit tatkräftig bei Fragen und Schwierigkeiten unterstützt hat und mir eine Einführung in die Programmiersprache des Statistikprogramms 'R' gab. Zudem an Prof. Dr. Andreas Diekmann mit seinem Assistenten Herr Joël Berger, für die grosse Hilfsbereitschaft, unser für meine Arbeit wegweisendes Gespräch in Zürich und die hilfreichen Hinweise zur statistischen Auswertung.

2 Abstract

Das Zahlenwahlspiel ist ein spieltheoretisches Experiment, bei dem mehrere Spieler unabhängig voneinander jeweils eine ganze Zahl aus einer festgelegten Menge wählen und derjenige gewinnt, dessen Zahl dem p-fachen Mittelwert aller gewählten Zahlen am nächsten kommt, wobei p ein im Voraus festgesetzter und allen Spielern bekannter Faktor ist. In dieser Arbeit wird untersucht, welchen Einfluss das Alter und ein unterschiedlicher Grad an Information über die vergangene(n) Spielrunden auf die Strategie beim Zahlenwahlspiel haben. Dazu hat der Autor das Zahlenwahlspiel mit vier Schulklassen der Mittelschule Stans elektronisch über eine eigenes entwickelte Software durchgeführt und die Ergebnisse mit Hilfe statistischer Tests untersucht. Im Ergebnis wird deutlich, dass zwischen den Altersgruppen kein systematischer Unterschied beobachtet werden konnte und die Probanden der 9. Klassen mit vollständiger Information eine im Sinne der Spieltheorie (Konvergenz zum Nashgleichgewicht) optimalere Strategie gewählt haben. Diese Erkenntnisse können die Grundlage für Hypothesen in weiteren Forschungen des Zahlenwahlspiels bilden.

3 Einleitung

Zu Beginn der Sommerferien fahren immer viele Leute in den Urlaub und verursachen so kilometerlange Staus vor dem Gotthard. Als ein schlauer Autofahrer im Radio vom bevorstehenden Stau hört, denkt er sich "Wenn alle durch den Gotthard fahren, brauche ich nur über den San Bernardino auszuweichen. Stellen aber viele andere Menschen auch diese Überlegung an, wird es auch vor der vermeintlich schlauen Ausweichlösung stauen, also bleibe ich besser zuhause und fahre mitten in der Nacht los." Mit letzterer Entscheidung hätte unser Urlauber wohl ins Schwarze getroffen, da nur wenige zu dieser Erkenntnis vordringen oder mitten in der Nacht aufstehen wollen. Dieses Beispiel zeigt, dass wir bei manchen unseren Entscheidungen auch Entscheidungen unserer Mitmenschen berücksichtigen. Stellen Sie sich ein Pokerspiel vor, bei dem zwei Spieler sehr hohe Einsätze getätigt haben. Spieler A hat ziemlich schlechte Karten auf der Hand, setzt aber einen weiteren, sehr hohen Betrag und denkt sich "Wenn ich einen unverhältnismässig hohen Einsatz tätige, wird Spieler B der Angst erliegen, gegen mein Blatt zu verlieren". Tatsächlich steigt Spieler B, der übrigens weitaus bessere Aussicht gehabt hätte, aus dem Spiel aus und überlässt dem klugen Bluffer den Pot. Es geht also nicht immer nur um die tatsächlichen Fakten in einer sozialen Interaktion, sondern auch darum, wie andere Menschen die Dinge einschätzen – und wie die Spieler die Entscheidungen der beteiligten Akteure einschätzen. Situationen, in denen mehrere Akteure vorkommen und eine oder mehrere strategische Entscheidungssituationen beinhalten, können mit Hilfe der Spieltheorie analysiert werden.

Investoren und Spekulanten stehen in Finanzmärkten ähnlichen Problemen gegenüber. Sie müssen die Durchschnittsmeinung der aktuellen Situation einschätzen und diejenige von morgen korrekt antizipieren, um den Konkurrenten einen Schritt voraus zu sein. Auf diese Weise lässt sich Gewinn erzielen. Die Schwierigkeit besteht darin, dass jeder dasselbe versuchen wird.

Stellen Sie sich eine Aktienblase kurz vor dem Kollaps des Marktes vor. Banker die genau wissen, dass sich die Aktienpreise längst von jeglichem Realitätsbezug entfernt haben, investieren möglicherweise weiter in den Markt, weil sie annehmen, dass andere Personen steigende Preise erwarten. Es geht nicht um den eigentlichen Wert der Aktie, sondern darum wie die anderen Akteure deren Wert einschätzen (Diekmann, 2010, S. 80).

Der britische Ökonom, Politiker und Mathematiker John Maynard Keynes († 21. April 1946) verglich diese Situation mit einem Schönheitswettbewerb in einer Zeitung: "Professionelle Geldanlage lässt sich mit Zeitungswettbewerben vergleichen, bei denen unter 100 abgebildeten Gesichtern die sechs schönsten auszuwählen sind, wobei der Preis an denjenigen geht, dessen Auswahl der durchschnittlichen Präferenz aller Teilnehmer am nächsten kommt; deshalb darf man nicht solche Gesichter benennen, die man selbst am schönsten findet, sondern diejenigen, von denen man glaubt, dass sie bei den anderen Teilnehmern, die das Problem aus dem selben Blickwinkel betrachten, am ehesten Gefallen findet. […] Wir haben den dritten Grad [1] erreicht, in dem wir unsere Intelligenz anstrengen, zu antizipieren, was nach der Durchschnittsmeinung zu erwarten ist […]" (Selten und Nagel, 1998)

Leider lässt sich dieser Zeitungswettbewerb mit spieltheoretischen Methoden nur schwer untersuchen, da die Bilder nicht als Zahlenwerte behandelt werden können. Man müsst zuerst mit einer Gruppe von unabhängigen Personen ein Ranking durchführen, um jeder Abbildung einen numerischen Wert zuordnen zu können. Daher benötigt man eine abstrahierte und konkret analysierbare Variante des Spiels. Rosemarie Nagel hat 1995 erstmals das Zahlenwahlspiel (damals 'Ratespiel', *eng.* 'guessing game') unter Laborbedingungen durchgeführt und darin grosses Potential erkannt – behauptet aber nicht die Erfinderin zu sein. Sie verweist auf eine spieltheoretische Unterrichtsstunde, in der Roger Guesnerie das Zahlenwahlspiel zu Demonstrationszwecken vorgeführt haben soll. Höchst wahrscheinlich war seine Quelle Hervé Moulin (1986), der dieses Spiel als erster in sozialwissenschaftlichem Zusammenhang veröffentlichte. In seiner Arbeit nannte er das Experiment 'Errate den Mittelwert' (*eng.* 'guess the average') (Bühren, Frank und Nagel, 2012).
An dieser Stelle möchte ich darauf hinweisen, dass ein Glossar der verwendeten Fachausdrücke im Anhang zu finden ist.

3.1 Das Zahlenwahlspiel mit $p = 2/3$

Jeder Mitspieler wählt eine ganze Zahl aus der Menge {0, 1, 2, ..., 99, 100} aus. Wenn alle Spieler ihre Zahl gewählt haben, wird der Mittelwert $\overline{x}$ der genannten Zahlen berechnet. Die Runde gewinnt derjenige Spieler, dessen Zahl am nächsten bei zwei Dritteln von Mittelwert $\overline{x}$ liegt. Wenn also beispielsweise $\overline{x}$ = 60 gilt, so gewinnt der Spieler, dessen Zahl der 40 am nächsten kommt.
Offensichtlich beeinflussen die einzelnen Spieler durch ihre Wahl der Zahl den Mittelwert und damit auch die Gewinnchancen aller Spieler.

[1] John Maynard Keynes spricht von einer dritten Stufe des Nachdenkens, wenn man sich Gedanken darüber macht, was die anderen Teilnehmer über die Gedankenschritte anderer Teilnehmer denken.

3.2 Spieltheorie

Die Spieltheorie analysiert strategische Entscheidungssituationen in einer Interaktion mehrerer Spieler und ist ein Teilbereich der Mathematik. Dabei wird das Resultat eines 'Spiels' von den Entscheidungen der Mitspieler beeinflusst - diesem Umstand ist sich jeder Spieler bewusst. Sie geht grundsätzlich davon aus, dass alle beteiligten Parteien 'rational' handeln, d.h. ihren Nutzen maximieren wollen – immer davon ausgehend, dass ihre Mitspieler ebenso rational agieren. Leider ist dies bei natürlichen Akteuren teilweise nicht der Fall, besonders wenn es sich um ein strategisches Dilemma, wie beim Zahlenwahlspiel, handelt.

Zudem findet die Spieltheorie Anwendung in Wirtschafts- und Rechtswissenschaften, Soziologie und Psychologie. Die evolutionäre Spieltheorie wird in der Biologie angewandt, um unter Anderem Verhaltensmuster in Tierpopulationen durch natürliche Selektion zu erforschen (Smith, 1982). Die Spieltheorie ist ein sehr offenes Forschungsgebiet und kann im Grunde als eine Reihe von Analyseinstrumenten angesehen werden.

Wichtige Konzepte der Spieltheorie sind Nash-Gleichgewichte und die Elimination dominierter Strategien (Strategieevolution). Für das Zahlenwahlspiel ist vor allem das Nash-Gleichgewicht ein wichtiger Begriff.

Das Nash-Gleichgewicht ist eine Kombination von Strategien der Spieler, bei der kein Spieler einen Anreiz hat, einseitig von der Wahl seiner Strategie abzuweichen. Die Strategien, die ein Gleichgewicht ergeben, heissen Nash-Gleichgewichtsstrategien. (Diekmann, 2010, S. 234)

3.3 Projektbeschreibung

Ziel meiner Arbeit ist es mittels eines Experiments herauszufinden, wie sich Jugendliche in einem strategischen Dilemma verhalten und wie weit sie strategisch vorausdenken. Hierzu möchte ich das Zahlenwahlspiel computergestützt durchführen und auswerten.

Am Anfang steht die Programmierung einer Webseite als Plattform, auf welcher die Spieler gegeneinander antreten können und die Planung des Spielmechanismus. Die Teilnehmer von vier Schulklassen des Kollegiums St. Fidelis (Stans, NW) sollen in zwei Gruppen eingeteilt werden, um verschiedene Einflüsse auf ihr Spielverhalten untersuchen zu können.

Als nächstes wird das Experiment mit den Schulklassen durchgeführt. Danach werden die erhobenen Daten statistisch ausgewertet, um die Leitfragen und Arbeitshypothesen zu überprüfen. Gibt es eine Strategie, die in einem Umfeld nicht perfekt rationaler Teilnehmer grosse Siegesschancen hervorbringen kann?

3.3.1 Leitfragen

- Wie sollte sich ein rationaler Spieler in einem Umfeld verhalten, in dem sich nicht alle Beteiligten perfekt rational verhalten?
- Gibt es deutliche Unterschiede beim Finden einer optimalen Strategie zwischen vollständiger und unvollständiger Information?
- Gibt es deutliche Unterschiede in der Zahlenwahl zwischen Schülern der neunten und zwölften Klassen?

3.4 Bisherige Untersuchungen

Das Zahlenwahlspiel wurde schon in verschiedenen Zeitungen und Wissenschaftsmagazinen wie der 'Financial Times' mit 2728 Teilnehmern, der spanischen 'Expansión' mit 3696 Teilnehmern und dem 'Spektrum der Wissenschaft' mit 1469 Teilnehmern durchgeführt. Die Ergebnisse zeigen, dass die Spieler die starken Rationalitätsannahmen der klassischen Spieltheorie nicht erfüllen. Spieler, welche die Gleichgewichtsstrategie (0) gewählt haben, sind leer ausgegangen. Die Durchschnitte der Experimente lagen zwischen 18.91 und 25.46. Zu diesen Zeitungsexperimenten sind mehrere Untersuchungen durchgeführt worden (Selten , Nagel, 1998, S. 17).

Alle Zeitungsexperimente wurden zwar mit relativ vielen Teilnehmern unterschiedlichen Alters, aber nur über eine Runde gespielt. Die Spieler hatten also nicht die Möglichkeit, Ihre Strategie bei einer Wiederholung anzupassen. Das Experiment von Nagel wurde über 7 Runden gespielt, jedoch mit nur 15-18 Studenten. Zudem sind diese Experimente mit klassischen Methoden (Einsendung, Stift und Papier oder allenfalls per Email) durchgeführt worden. Meine für diesen Test entwickelte Software ermöglicht es, das Zahlenwahlspiel mit beinahe beliebig vielen Teilnehmern ohne grossen administrativen Aufwand durchzuführen.

4 Das Experiment

Für die Durchführung und zur Auswertung meines Experimentes sind vor allem Computer ein entscheidendes Medium gewesen. Zur Analyse und graphischen Darstellung der erhobenen Daten sind 'R' (freies Statistikprogramm) und Microsoft Excel verwendet worden. Für das Schreiben der Webseite kam das 'Notepad++' zum Einsatz.

4.1 Gruppen

Meine zweite Leitfrage beschäftigt sich damit, ob Spieler mit vollständiger Information (Mittelwert, beste Antwort bzw. Zielzahl, Abweichung von beiden Werten) über die vergangene Spielrunde im Schnitt tiefere Zahlen wählen als Probanden, die lediglich die Abweichung ihrer gewählten Zahl zum Mittelwert zu sehen bekommen. Zu diesem Zweck habe ich die Schülerinnen und Schüler der vier Klassen in zwei Gruppen (im Folgenden A und B) eingeteilt.

Gruppe A - perfekte Information

Diese Gruppe spielt das Zahlenwahlspiel mit perfekter Information und bekommt den Mittelwert aller Zahlen, die beste Antwort ($p * \overline{x}$, $p = 2/3$) und alle getippten Zahlen als Liste auf der Webseite zu sehen. Zudem wird die persönliche Abweichung vom Mittelwert und der besten Antwort ersichtlich.

Gruppe B - unvollständige Information

Diese Gruppe spielt das Zahlenwahlspiel mit unvollständiger Information und bekommt lediglich den Betrag der Abweichung ihrer gewählten Zahl vom Mittelwert auf dem Bildschirm zu sehen. Falls also der Mittelwert z.B. 45 beträgt und der Schüler die Zahl 60 gewählt hat, sieht er eine Abweichung von 15 auf dem Bildschirm angezeigt. Er weiss nun aber nicht, ob der Mittelwert der vergangen Spielrunde 45 oder 75 beträgt.

Angehörige beider Gruppen werden in jedem Fall durch die Software informiert, ob Sie die Runde gewonnen oder nicht gewonnen haben, in welcher Runde ihre Gruppe gerade steht und wie oft sie bereits gesiegt haben. Die Angehörigen einer Gruppe konkurrieren nur untereinander.

4.2 Die Wahl von $p = 2/3$

In meiner Version des Zahlenwahlspiels habe ich $p = 2/3$ gewählt. Natürlich kann für p auch ein anderer Wert eingesetzt werden, wobei $p = 1$ nach Nagel (1995) nicht sinnvoll ist, da dies ein Koordinationsspiel mit vielen Nashgleichgewichten hervorbringen würde – diese seien schon von John Van Huyck et al., 1990, experimentell untersucht worden. Frau Nagel hat in ihren Experimenten verschiedene Sessionen mit unterschiedlichen Werten für p durchgeführt. Die nachfolgende Tabelle (Tab 4.1) zeigt diese Werte und die Begründung derer Wahl auf (Nagel, 1995, Übersetzung aus dem Englischen).

Wert	Begründung
$\boldsymbol{p = 1/2}$	Ich verwende $p = 1/2$, da diese Wahl Rechenschwierigkeiten vorbeugt.
$\boldsymbol{p = 2/3}$	Mit $p = 2/3$ bin ich in der Lage, zwischen den Hypothesen, dass ein Spieler seinen Denkprozess beim Referenzpunkt von 50 startet und dass eine rationale Person mit der iterativen Elimination von dominierten Strategien bei 100 startet, zu unterscheiden (siehe Kapitel 4.3).
$\boldsymbol{p = 4/3}$	$p = 4/3$ wird verwendet, um das Verhalten zu untersuchen.

Tabelle 4.1: Nagels Wahlen und Begründungen der Werte für p

Die meisten der später durchgeführten Spiele haben $p = 2/3$ übernommen. Aufgrund des Vergleichbarkeitsarguments entscheide ich mich bei meinem Experiment auch für diesen Wert.

4.3 Mögliche Gedankengänge und das Dilemma

Es gibt viele Gedankengänge, die ein rationaler Spieler anstellen könnte. Einige dieser Gedankengänge führen schlussendlich zum einzigen im Zahlenwahlspiel existierenden Nashgleichgewicht. Ich möchte hier zwei dieser Überlegungen vorstellen.

1. Überlegung

Wenn ich davon ausgehe, dass alle Mitspieler ihre Zahlen zufällig mit gleicher Wahrscheinlichkeit auswählen, ist ein Mittelwert von 50 zu erwarten. Also wähle ich $2/3 * 50 \approx 33$. Falls die anderen Spieler die gleichen Überlegungen anstellen, werden sie aber auch 33 wählen. Dann wäre es besser, einen Schritt weiter zu denken und $2/3 * 33 \approx 22$ zu wählen. Macht das wiederum jeder, wäre ich mit $2/3 * 22 \approx 15$ besser bedient usw.

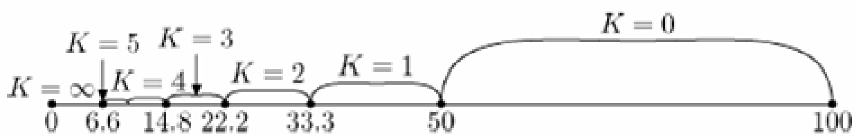


Abbildung 4.1: Veranschaulichung des ersten Denkmodells (Alba-Fernández et al., 2006,S.305)

Diese Überlegung hat den Nachteil, dass sie eine zufällige Verteilung der Zahlen aller anderen Spieler mit Mittelwert ≈ 50 voraussetzt. Es liegt auf der Hand, dass dieser Fall in der Praxis wahrscheinlich nicht eintreten wird – falls aber die Mehrheit der Mitspieler dieselbe Überlegung anstellt, kann sie durchaus ein guter Ansatz sein.

2. Überlegung

Der zweite Gedankengang basiert im Grunde auf der Idee aus Überlegung 1 – mit dem Unterschied, dass sie die Grenze der schwach dominierten Strategien als Ausgangspunkt für die 'Denkebene 1' verwendet. Wenn ich davon ausgehe, dass kein Spieler eine Zahl über $2/3 * 100 \ \approx 66$ wählen wird, da er mit einer solchen Wahl ziemlich sicher verliert, wähle ich $2/3 * 66 \ \approx 44$ usw.

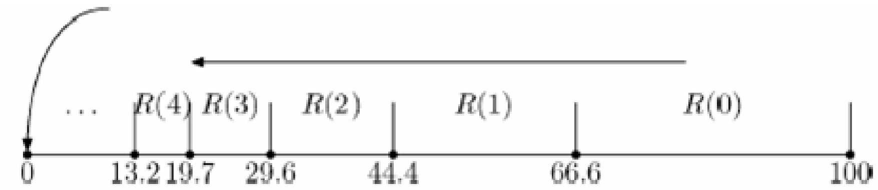


Abbildung 4.2: Veranschaulichung des zweiten Denkmodells (Alba-Fernández et al., 2006, S.305)

Es stellt sich grundlegend die Frage, *wie viele Schritte* die Mitspieler vorausdenken werden und von welchem Ausgangspunkt sie zu räsonieren beginnen. Wenn man das voraussagen könnte, müsste man theoretisch nur einen Schritt weitergehen, um zu gewinnen.

Das Zahlenwahlspiel mit Gewinner am nächsten von $(p * \overline{x}\ , p = 2/3)$ kennt nur ein Nash-Gleichgewicht: Die Null. Das Nash-Gleichgewicht resultiert aus der konsequenten Weiterführung der oben beschriebenen Gedankengänge. Nach unendlich vielen Schritten des 'Vorausdenkens' erreicht man die Null. Das Nashgleichgewicht ist die rationalste Wahl. Leider ist es im Zahlenwahlspiel nicht diejenige, die mit grosser Wahrscheinlichkeit zum Sieg führt.

Herr Prof. Dr. Andreas Diekmann beschreibt das Dilemma in seinem Buch "Spieltheorie - Einführung, Beispiele, Experimente" so: *Die Wahl der Null ist die Gleichgewichtsstrategie. Würden Sie die Null wählen, wenn Sie genau wissen, dass der Grossteil der Akteure nicht zu dieser Erkenntnis vordringt und ein strikt rationaler Akteur deshalb leer ausgehen wird?*

Mit meinem Experiment möchte ich unter anderem herausfinden, wie man sich am besten verhält, wenn man sich bewusst ist, dass nicht alle Mitspieler rational handeln werden (siehe Leitfrage 1).

Spieltheoretische Modelle funktionieren leider nicht ohne Anreiz, da die klassische Spieltheorie die Anforderung der Gewinnmaximierung an rationale Teilnehmer stellt. Ich habe mich daher dafür entschieden, für jede gewonnene Runde CHF 1.– auszuzahlen. Im Falle mehrerer Gewinner müssen sich diese den Gewinn teilen und die Gewinnausschüttung erfolgt unmittelbar nach Abschluss des Experiments. Die Schüler werden darauf hingewiesen, dass eine Gewinneinforderung (Rechtsweg) ausgeschlossen ist. Spieler, die in keiner Runde gewonnen haben, erhalten einen Trostpreis.

4.4 Umsetzung in Software

Bisherige Zahlenwahlspiele wurden nicht computergestützt durchgeführt und waren somit mit einem grossen administrativen Aufwand verbunden. Mit dem Einsatz einer Software lässt sich das Spiel über mehrere Runden effizienter und in kürzer Zeit durchführen und auswerten. Die Zielsetzung war es, eine Software zu entwickeln, die von verschiedenen Personen in einem anderen Umfeldern wieder verwendet werden kann und eine klare und einfach zu verstehende Benutzerführung bietet.

4.4.1 Konzept

Nach dem wegweisenden Gespräch in Zürich mit Herrn Berger habe ich ein grobes Benutzerkonzept der Webseite erstellt. Ein wichtiges Element hierbei war der Spielleiter (und zugleich Administrator der Software), welcher das Experiment überwacht und steuert. Er soll die Möglichkeit besitzen, die Registrierung ein- und auszuschalten, das Experiment für eine vordefinierte Klasse zu starten, die Runden der einzelnen Spielergruppen weiterzuschalten und Spieler bei Bedarf zu sperren oder gar zu löschen. Die Benutzeroberfläche soll möglichst übersichtlich gehalten sein und ein minimales Umschalten zwischen verschiedenen Seiten voraussetzen. Grundsätzlich soll eine Anmelde-, eine Registrierungs- und eine Übersichtsseite – auf welcher das komplette Experiment stattfindet – umgesetzt werden.

Der Spieler soll nichts weiter tun müssen, als die Übersichtsseite nach Beendigung der Runde zu aktualisieren, um die Ergebnisse auf dem Bildschirm angezeigt zu bekommen (Abb. 4.3). Die Informationen sollen möglichst ansprechend präsentiert werden und das Projekt sollte eine dynamische Lokalisierung besitzen, die ein schnelles Einbinden neuer Sprachen ermöglicht, um später ein breites Anwendungsfeld – auch im Ausland – bedienen zu können.

4.4.2 Entwicklung

Kurz nach dem Konzept habe ich mit der Entwicklung des Projekts begonnen. Als erstes beschäftigte ich mich mit dem Design und erstellte das Grundgerüst, um danach die Funktionen einzubauen. Die Webseite baut grösstenteils auf PHP (serverseitig interpretierte Skriptsprache) und einer MySQL-Datenbank auf. Für die Darstellung kommen HTML (Hypertext Markup Language) und CSS (Cascading Style Sheets) zum Einsatz. Alle Benutzer und Ergebnisse werden in der Datenbank gespeichert und können somit exportiert und nach Belieben auch automatisiert weiterverarbeitet werden (z.B. mit einem Statistikprogramm). In regelmässigen Abständen habe ich alle bis zum jeweiligen Zeitpunkt eingebauten Funktionen auf deren Funktionstüchtigkeit getestet. So konnten die meisten Fehlerquellen frühzeitig erkannt und vor der Implementierung von neuen Funktionen behoben werden.
Nach der Fertigstellung der Software, habe ich einen Test mit meinen Verwandten durchgeführt und sie eine kurze Einschätzung zur Verständlichkeit und Benutzerführung ausfüllen lassen (eine Kopie ist im Anhang zu finden). Dabei sind keine Fehlfunktionen in der Software entdeckt worden, aber ein paar nützliche Ergänzungsvorschläge zusammengekommen – so wird nun z.B. die Anzahl gewonner Runden pro Spieler angezeigt. Der gesamte Programmieraufwand (ohne Nachbesserungen und Feinoptimierungen) beläuft sich auf 35 Stunden.

Nach dem Hochladen der benötigten Ressourcen auf einen Webserver und der Konfiguration der Datenbankverbindung ist die Software einsatzfähig. Der erste Nutzer, der sich anmeldet, erhält Administratorrechte und ist somit der Spielleiter. Später besteht die Möglichkeit, direkt über die Datenbank Administratorrechte an weitere Benutzer zu erteilen. Ich empfehle PHPmyAdmin als freie Software für die Verwaltung von MySQL-Datenbanken.

4.4.3 Registrierung

Bei der Registrierung (Abb. 4.4) der Benutzer kann die Gruppe (A oder B) und eine 'Klasse' gewählt werden. Die 'Klasse' wird in Form eines Wortes oder einer Zahl eingetragen, z.B. '6c'. Diese Funktion ermöglicht es, im Voraus alle Benutzer zu erfassen und das Experiment dann lediglich für eine bestimmte Klasse zu aktiveren. Ich habe diese Möglichkeit eingebaut, da ich das Experiment mit vier Schulklassen gleich nacheinander durchgeführt habe und alle Benutzer im Voraus erfassen wollte.

Für die Registrierung gibt es grundsätzlich zwei Möglichkeiten: 1. Entweder der Spielleiter erfasst alle Teilnehmer vor Beginn des Experiments und sperrt dann die Registrierung oder 2. er lässt alle Spieler vor Beginn des Experiments selbst einen Account eröffnen.

Die erste Möglichkeit ist perfekt für Schulklassen geeignet, da die Spieler sich nur anmelden müssen und keine Möglichkeit haben, ihre gruppenspezifischen Daten zu beeinflussen – so wird möglichst wenig Schulzeit beansprucht. Die zweite Möglichkeit bietet sich vor allem dann an, wenn sehr grosse Gruppen untersucht werden sollen. Dabei sollte aber beachtet werden, dass immer noch die Gruppen- und Klasseneinteilung organisiert werden muss. Hierbei wird natürlich ein gewisses Mass an Vertrauen vorausgesetzt, da alle Teilnehmer den Instruktionen seriös Folge leisten müssen.

4.4.4 Lokalisierung

Falls die Software für die Durchführung des Zahlenwahlspiels in anderen Ländern verwendet werden sollte, kann auf einfache Weise die Sprachdatei in die entsprechende Sprache übersetzt werden. Ich stelle die Sprachen *Deutsch, Französisch, Italienisch, Englisch, Tschechisch und Norwegisc*h zur Verfügung.

4.4.5 Produkt

Meine entwickelte Software ist sowohl Mittel zum Zweck für die Durchführung des Experiments, als auch das Produkt meiner Maturaarbeit.

4.4.6 Einige Eindrücke der Webseite

Die folgenden Grafiken (Abb. 4.3–4.5) zeigen einige, ausgewählte Seiten meiner Software.

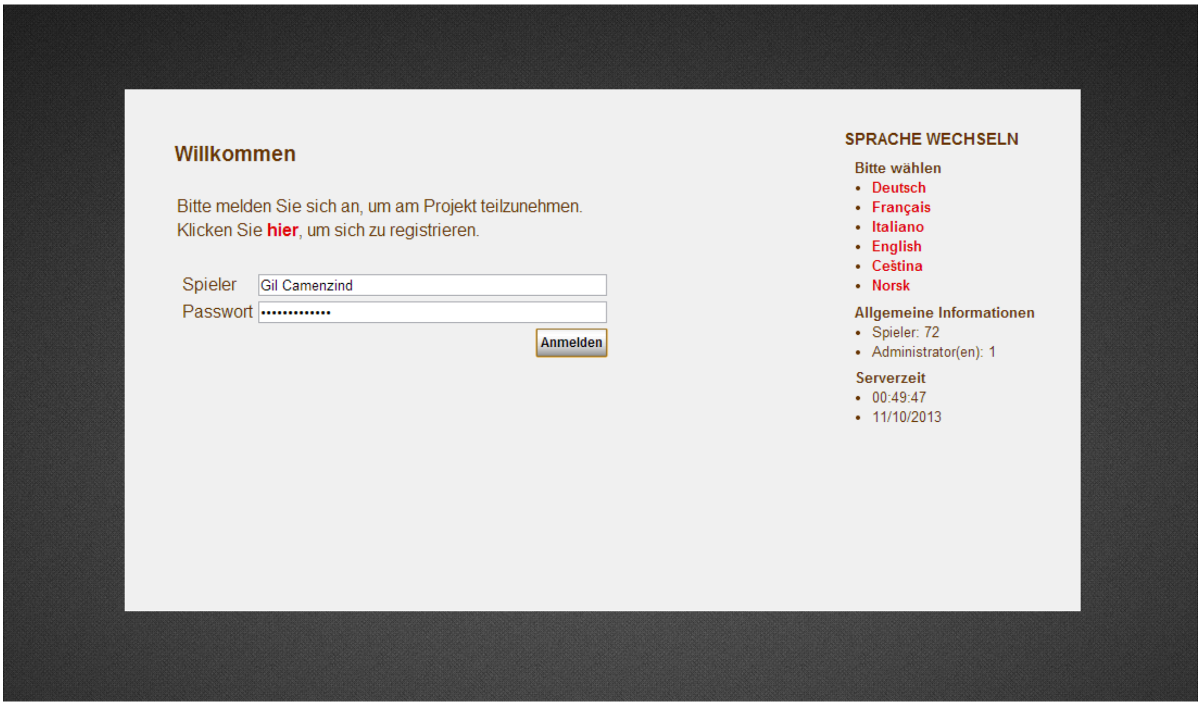


Abbildung 4.3: Anmeldeseite der Software

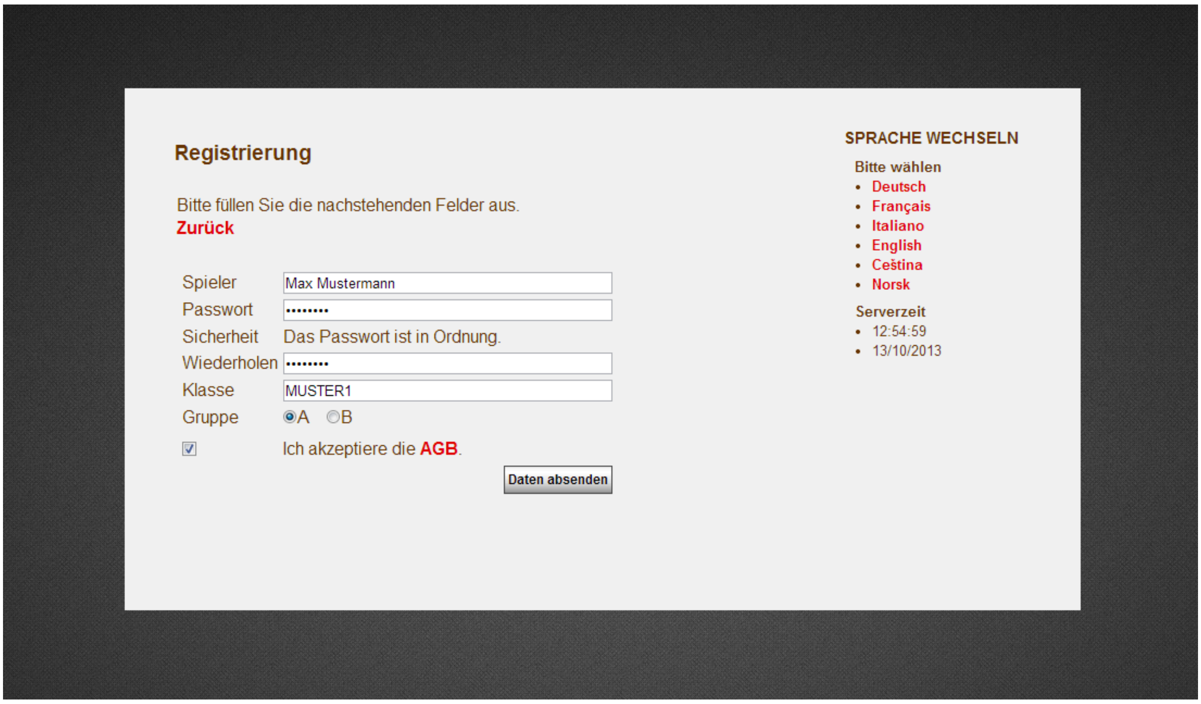


Abbildung 4.4: Registrierungsseite der Software

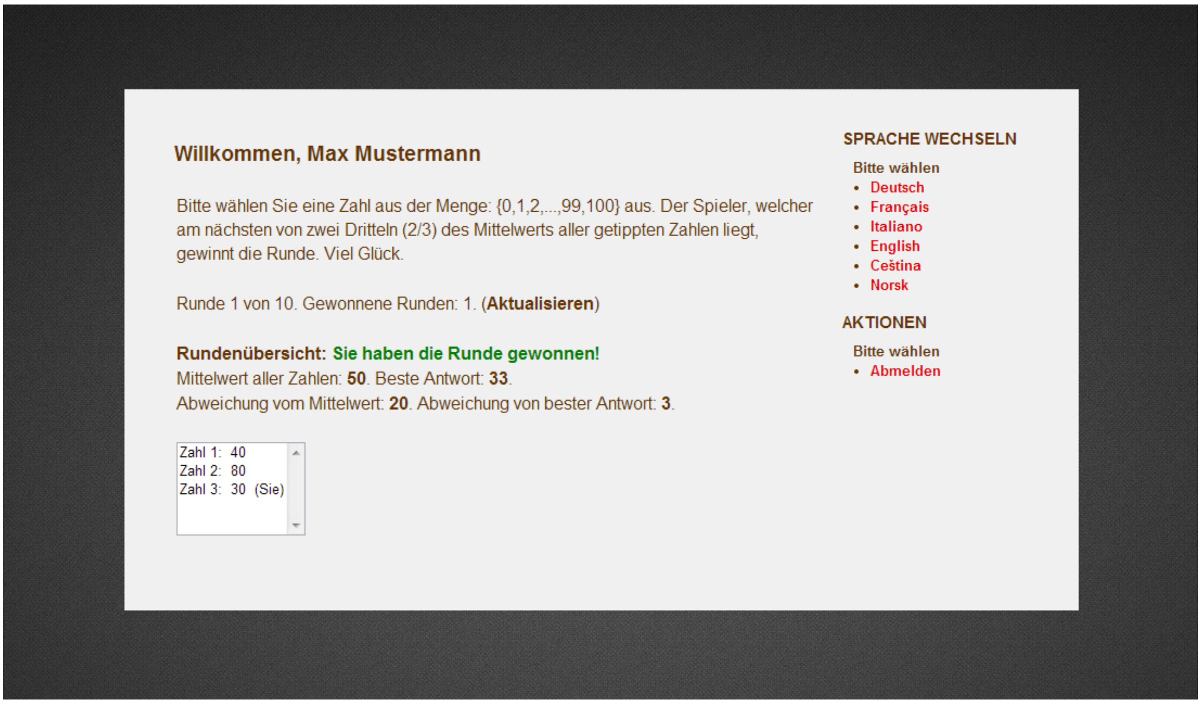


Abbildung 4.5: Übersichtsseite der Software, Gruppe mit vollständiger Information

4.5 Wahl der Probanden und Durchführung

Ich wollte anfänglich verschiedene Personen von zuhause aus teilnehmen lassen – doch dies hätte Probleme mit sich gebracht. Spieler könnten sich während den Runden verschiedener Hilfsmittel und Informationsquellen bedienen, was das Ergebnis verfälschen würde.

Um oben genannte Probleme zu vermeiden, wäre folgendes Verhalten sinnvoll gewesen, um eine Zufallsstichprobe zu erhalten:

- Treffen einer zufälligen Auswahl von Jugendlichen (z.B. aus der Region).
- Die ausgewählten Personen anfragen, ob sie bereit wären, an einem freien Termin am Experiment teilzunehmen.
- Durchführung des Experiments mit den Probanden, die zugestimmt haben.

Hier bliebe die Frage offen, ob es so möglich gewesen wäre, genügend Testpersonen aufzubieten.

Als Probanden habe ich daher die Schülerinnen und Schüler von vier Schulklassen an meiner Schule gewählt. Hierbei handelt es sich nicht um eine zufällige Stichprobe, was zunächst zu einer Verunsicherung in Bezug auf die statistische Auswertbarkeit meiner Daten geführt hat. Glücklicherweise konnte mir Herr Joël Berger vom Departement für Geistes- und Sozialwissenschaften an der ETH-Zürich in diesem Punkt weiterhelfen. Laut seiner Aussage sei das Vorgehen bei kausaler Inferenz[2] an nicht zufälligen Stichproben Standard und in der Medizin sowie in den experimentellen Sozialwissenschaften weit verbreitet.

Vor Beginn des Experiments habe ich die Accounts aller Schüler auf der Webseite angelegt. Dabei wurde jeder Spieler zufällig in die Gruppe A oder B eingeteilt, wobei beide Gruppen pro Klasse möglichst dieselbe Grösse haben sollten. Das Experiment wurde online in einem Multimediazimmer durchgeführt und dauerte insgesamt ungefähr 25 Minuten pro Klasse. Jedem Probanden stand ein Rechner zur Verfügung. Um eine Absprache unter den Teilnehmenden zu verhindern, durften diese nicht im Voraus über den Ablauf und den Hintergrund des Experiments informiert werden und die Experimente wurden möglichst nacheinander durchgeführt (alle am selben Tag – aus organisatorischen Gründen lag zwischen zwei Gruppen die Mittagspause). Um zusätzlich zu verhindern, dass sich die Platznachbarn austauschen und absprechen, habe ich zwischen allen Plätzen Trennwände aufgestellt.

---

[2] Bei der Fragestellung, ob Unterschiede zwischen den experimentellen Gruppen zufällig oder systematisch sind.

Als erstes erfolgte eine Erklärung der Spielregeln und der Webseite. Alle Teilnehmer haben schriftlich ihre Zugangsdaten, bestehend aus Benutzernamen sowie einem zufällig generierten Passwort, erhalten und konnten sich sogleich anmelden. Sobald alle Schüler bereit waren, startete ich die erste von zehn Runden.

In jeder Runde hatten die Probanden eine Minute Bedenkzeit, um ihre Strategie (u. a. an die auf dem Bildschirm angezeigten Daten) anzupassen. Unmittelbar nach ihrer Entscheidung und Absendung aller Zahlen der Gruppe wurden die Spielerinnen und Spieler über ihren Erfolg informiert und bekamen, je nach Gruppenzugehörigkeit, eine Informationsübersicht der gespielten Runde. Es hat sich herausgestellt, dass auch eine Minute nach wenigen Runden mehr als grosszügig bemessen war – die meisten Spieler hatten innerhalb von 20-30 Sekunden ihren Tipp abgegeben.

Abbildung 4.6: Zwölftklässler im Multimediazimmer (Foto: R. Held, Anonymisierung: R. Christen)

4.6 Arbeitshypothesen

a) Bei älteren Schülerinnen und Schülern senkt sich der Durchschnitt von Runde zu Runde schneller als bei Jüngeren. Ältere Schüler durchschauen im Schnitt das Spielprinzip schneller und wählen systematisch tiefere Zahlen.

b) Die wenigsten Schülerinnen und Schüler werden das Nash-Gleichgewicht wählen, da sie entweder nicht zu dieser Erkenntnis vordringen oder ihnen aber bewusst ist, dass Sie mit der Null verlieren werden.

c) Der Durchschnitt der gewählten Zahlen wird spätestens bei der letzten Runde unter 22 liegen, was zwei Denkschritten beginnend von 50 entspricht.

d) Der Durchschnitt der gewählten Zahlen wird sich bei der Gruppe mit vollständiger Information schneller senken als bei der Gruppe mit unvollständiger Information, da die Information über alle gewählten Zahlen dazu verleitet, selbst tiefer zu wählen.

e) Nur die wenigsten Schüler werden eine Zahl ≥ 66 wählen, da diese Wahl schwach dominiert wird.[3]

f) Es wird Manipulationsversuche geben, d.h. Spieler die absichtlich hohe Werte wählen, um den Mittelwert zu verschieben.

g) Bei 33 und 22 sollten Ausreisser erkennbar sein, wenn alle Daten graphisch aufbereitet werden.

h) Kein Spieler wird alle Runden seiner Gruppe gewinnen.

---

[3] $100 * 2/3 \approx 66$. Der Durchschnitt kann maximal 100 betragen; die Zielzahl darf ≈ 66 nicht übersteigen.

5 Resultate

Die wichtigsten Grafiken, Tabellen und Auswertungen sind in diesem Kapitel aufgeführt. Zwei meiner Leitfragen habe ich mit Hypothesentests untersucht.

Folgende Tabelle (Tab. 5.1) zeigt die Teilnehmeranzahl jeder Schulstufe, Klasse und Gruppe auf.

	Klasse 1		Klasse 2		Total
	perfekte Information	unvollst. Information	perfekte Information	unvollst. Information	
9. Klasse	7	8	10	8	33
12. Klasse	11	10	8	9	38
Total	18	18	18	17	**71**

Tabelle 5.1: Anzahl der Teilnehmenden

5.1 Die Wahl der Zahlen in den einzelnen Gruppen

Die folgenden Tabellen (Tab. 5.2-5.9) zeigen, welche Zahlen in den Runden von den Testpersonen gewählt wurden. Die Gewinner in jeder Runde sind hellgrün hervorgehoben.

Nr.	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10	Gewinne
1	42	32	29	35	44	33	27	37	27	7	0
2	64	48	38	39	23	21	19	28	21	30	1
3	43	26	100	0	16	100	100	11	11	100	3
4	27	28	18	34	24	19	22	27	24	21	2
5	36	30	20	24	14	12	20	23	14	16	1
6	17	37	33	26	17	17	11	17	17	17	1
7	46	33	25	21	21	15	10	17	17	13	3
Zielzahl	26.2	22.3	25	17	15.1	20.7	19.9	15.2	12.5	19.4	

Tabelle 5.2: Gewinnübersicht der ersten neunten Klasse, Gruppe A

Nr.	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10	Gewinne
1	25	10	25	31	30	30	25	28	26	26	1
2	48	74	8	50	26	100	42	44	62	51	0
3	24	80	40	16	28	39	42	13	15	12	1
4	25	20	25	30	27	31	33	30	22	10	2
5	47	77	70	45	65	30	27	29	23	26	0
6	80	20	17	23	21	21	21	18	19	18	6
7	19	36	34	38	32	14	19	22	20	25	1
8	51	18	30	20	19	16	20	10	25	6	1
Zielzahl	26.6	27.9	20.8	21.1	20.7	23.4	19.1	16.2	17.7	14.5	

Tabelle 5.3: Gewinnübersicht der ersten neunten Klasse, Gruppe B

Nr.	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10	Gewinne
1	13	30	30	13	13	6	2	5	4	2	0
2	14	6	21	12	16	11	8	4	2	14	3
3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
4	0	72	35	27	18	5	18	4	4	3	1
5	13	13	14	15	15	11	4	3	2	1	3
6	7	20	16	16	8	6	6	3	2	0	3
7	17	24	20	12	9	9	6	5	3	1	1
8	77	77	37	27	7	11	9	7	7	4	0
9	34	7	20	20	19	6	4	3	3	1	1
10	37	25	22	19	14	8	3	2	2	1	2
Zielzahl	14.2	18.3	14.4	10.8	8	4.9	4.1	2.46	2	1.9	

Tabelle 5.4: Gewinnübersicht der zweiten neunten Klasse, Gruppe A

Nr.	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10	Gewinne
1	13	7	15	24	13	22	13	21	13	4	3
2	28	28	28	28	28	8	28	14	16	14	0
3	33	45	37	28	24	26	21	19	24	27	0
4	16	18	26	34	26	20	20	20	21	16	0
5	13	13	10	14	16	18	18	12	10	9	5
6	37	53	21	22	24	19	21	20	25	16	0
7	18	12	20	27	7	12	11	13	12	12	1
8	5	7	22	16	16	13	12	13	10	9	4
Zielzahl	13.6	15.3	14.9	16.1	12.8	11.5	12	11	10.9	8.9	

Tabelle 5.5: Gewinnübersicht der zweiten neunten Klasse, Gruppe B

Nr.	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10	Gewinne
1	29	12	10	9	5	12	100	100	16	14	2
2	42	28	21	15	4	8	9	11	18	20	1
3	32	16	10	10	7	13	17	17	25	25	1
4	29	48	58	8	8	18	16	16	58	24	0
5	43	19	15	14	5	6	11	24	32	24	1
6	75	14	32	28	4	17	22	26	28	19	1
7	27	29	16	16	6	100	100	95	22	66	0
8	40	17	14	10	6	13	16	32	28	16	2
9	4	8	9	13	99	0	8	8	13	13	0
10	13	9	9	9	7	8	10	17	19	17	1
11	22	26	17	12	9	7	11	16	27	14	2
Zielzahl	21.5	13.7	12.8	8.7	9.7	12.2	19.4	21.9	17.3	15.3	

Tabelle 5.6: Gewinnübersicht der ersten zwölften Klasse, Gruppe A

Nr.	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10	Gewinne
1	33	18	1	21	8	8	10	24	24	1	1
2	35	12	10	12	11	10	100	14	13	12	1
3	18	20	14	12	11	8	14	39	22	12	0
4	1	3	5	9	8	7	100	15	12	9	2
5	13	13	13	13	11	13	13	15	16	13	3
6	16	96	32	11	10	100	95	1	29	11	0
7	31	23	13	8	3	100	7	33	26	16	0
8	9	6	40	3	10	28	6	10	20	18	0
9	33	19	15	8	6	5	35	40	40	21	2
10	21	24	23	7	7	4	11	33	14	11	2
Zielzahl	14	15.6	11.1	6.9	5.7	18.9	26	14.9	14.4	8.3	

Tabelle 5.7: Gewinnübersicht der ersten zwölften Klasse, Gruppe B

Nr.	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10	Gewinne
1	1	5	12	11	10	10	4	4	2	1	1
2	24	10	27	24	21	17	12	6	5	6	1
3	14	48	32	100	17	18	13	10	3	100	2
4	54	62	27	25	38	1	13	14	14	19	0
5	26	16	15	15	22	12	7	6	3	3	4
6	27	96	39	81	14	19	16	4	4	8	3
7	38	12	18	15	18	16	15	6	5	5	0
8	20	15	20	12	18	9	7	4	2	2	4
Zielzahl	17	22	15.8	23.6	13.2	8.5	7.3	4.5	3.2	12	

Tabelle 5.8: Gewinnübersicht der zweiten zwölften Klasse, Gruppe A

Nr.	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10	Gewinne
1	12	22	32	36	100	37	0	35	35	1	0
2	32	39	24	28	26	26	29	39	25	30	0
3	26	24	74	37	64	19	23	17	18	30	2
4	22	21	20	19	18	17	26	29	26	22	3
5	23	10	12	15	15	12	15	15	15	10	3
6	43	33	36	34	40	42	35	20	15	12	2
7	25	23	18	1	24	28	28	20	26	26	1
8	47	54	17	31	34	27	29	22	28	34	0
9	53	39	27	19	14	50	25	27	17	7	0
Zielzahl	21	19.6	19.3	16.3	24.8	19.1	15.6	16.6	15.2	12.7	

Tabelle 5.9: Gewinnübersicht der zweiten zwölften Klasse, Gruppe B

Die folgende Tabelle (Tab. 5.10) fasst die Kennwerte der gewählten Zahlen aller Spieler in den einzelnen Runden zusammen.

Information	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10
Minimum	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0
1. Quartil	16	13	15	12	8.5	8.5	10	9	10	6.5
Median	26	22	21	19	16	15	16	17	17	13
Durchschnitt	28.5	28.4	24.4	21.7	20	21.9	23.3	19.5	17.6	17
3. Quartil	37.5	34.5	31	28	24	24	25.5	26.5	25	21
Maximum	80	96	100	100	100	100	100	100	62	100
Modus	13	12,20	20	12	7	8	11,100	4,17	2	1

Tabelle 5.10: Weitere Informationen zu allen gewählten Zahlen

Es ist schnell zu erkennen, dass der Median im Verlauf der Runden grundsätzlich abnimmt und somit eine Strategieevolution stattfindet.

Die folgenden Abbildungen (Abb. 5.1 und 5.2) zeigen die Gewinnzahlen aller Gruppen im Verlauf der zehn Runden.

Abb 5.1: Zielzahlen in den Gruppen mit vollständiger Information (A)

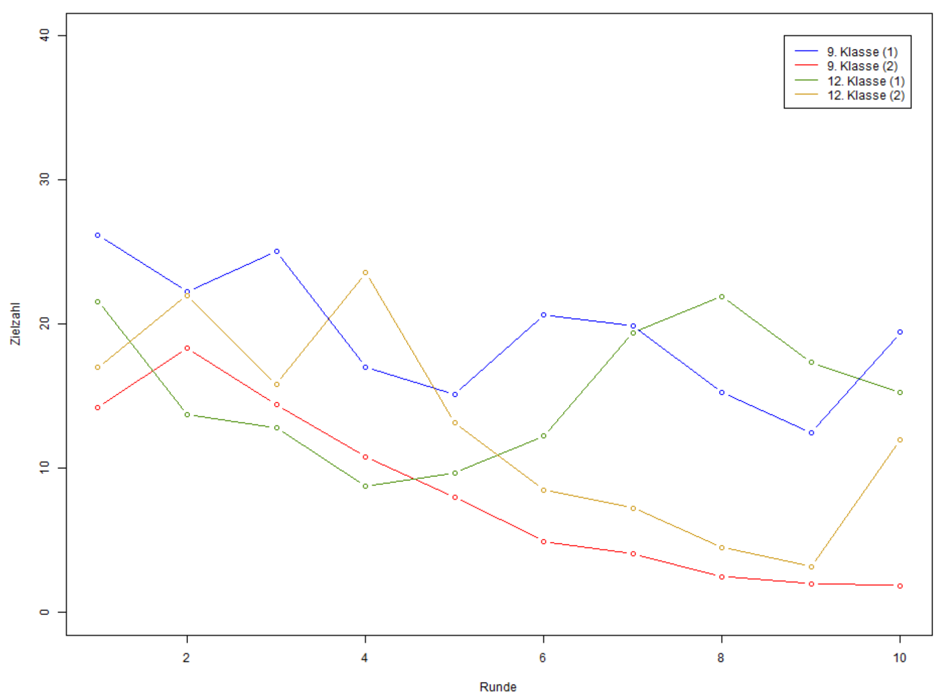
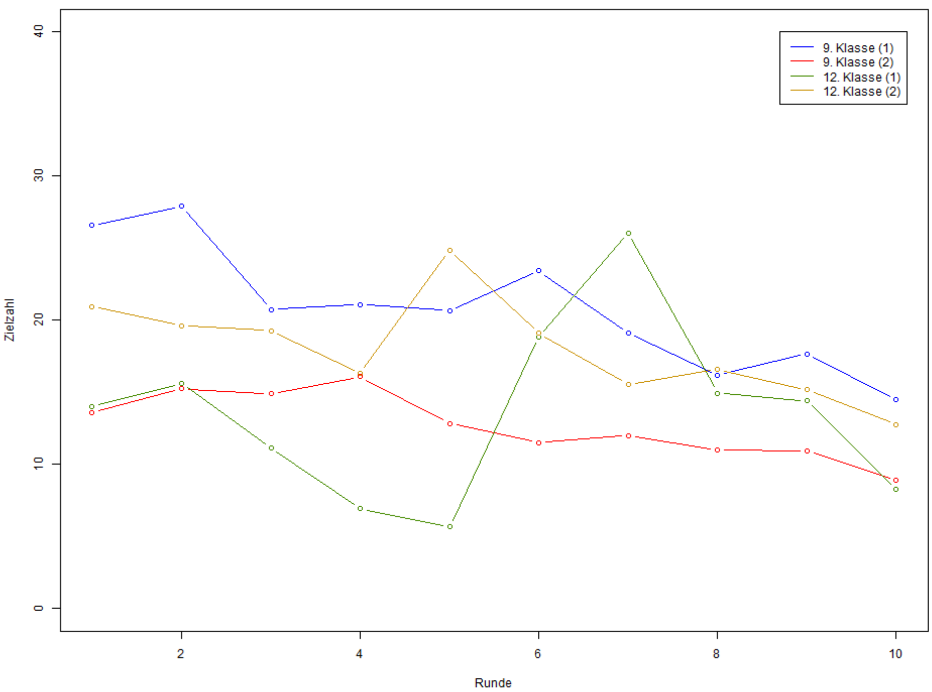


Abb 5.2: Zielzahlen in den Gruppen mit unvollständiger Information (B)



Es ist leicht zu erkennen, dass mit Zahlen zwischen 6 und 25 oft gewonnen werden konnte, während die Wahl von > 35 und ≤ 1 schwach dominiert wurde. Der Durchschnitt aller Zielzahlen in der ersten Runde beträgt 18.9 und ist etwas höher, als bei den bisherigen Untersuchungen. Bei diesen Experimenten (siehe Kapitel 3.4) wurden Zielzahlen ($2/3 * \overline{x}$) von 14.72 (Spektrum der Wissenschaft), 16.97 (Expansión) und 14.81 (Email-Experiment) erzielt. Die zweite 9. Klasse (A) kommt dem Nashgleichgewicht sehr nahe. In der ersten 12. Klasse wählt Gruppe B sieben Mal tiefer als Gruppe A.

Die nächste Tabelle (Tab. 11) zeigt die Verteilung der Anzahl Siege pro Spieler.

Anzahl Siege	Anzahl Spieler	in Prozent (%)
0	23	32.39
1	21	29.58
2	12	16.90
3	10	14.08
4	3	4.23
5	1	1.41
6	1	1.41
	71	**100**

Tabelle 5.11: Übersicht der Gewinnerverteilung

Die Spannweite der gewonnen Spielrunden pro Person reicht von 0–6 wobei 61.97% der Teilnehmer nie oder nur einmal gewonnen haben.

5.2 Grafischer Vergleich der Spielergruppen

Aus den Grafiken (Abb. 5.3–5.5, S. 25-26) ist ersichtlich, dass die Testpersonen (unabhängig von der Altersstufe) mit vollständiger Information im Mittel tiefere Zahlen wählen, als die Testpersonen, welche ohne diese Information auskommen müssen. In beiden Gruppen sind Ausreisser zu erkennen. Betrachtet man die erste Runde, ist zwischen den beiden Gruppen kein Unterschied erkennbar – erst ab der zweiten Runde macht sich der Vorteil perfekter Information bemerkbar.

Um die Details der einzelnen Wahlen auszublenden, habe ich die Daten beider Gruppen auch als Boxplots (Abb. 5.6, 5.7, S.27) dargestellt. Die Höhe der breiten, horizontalen Linie stellt den Median dar. Die Box ist durch das erste und das dritte Quartil beschränkt. Innerhalb dieses Interquartilsabstands (IQR) liegen 50% der Daten. Werte, die mehr als das 1.5-fache des IQR vom ersten oder dritten Quartil entfernt sind, werden als separate Punkte (Ausreisser) dargestellt. Die übrigen Werte werden durch die Spannweite der gestrichelten Linien (Whiskers) abgedeckt (DMK/DPK, 2011). Interessant ist, dass ab Runde 6 die Abnahme des Median stagniert und dieser in den Runden 9 und 10 sogar wieder zunimmt. Mit möglichen Ursachen beschäftigt sich das Kapitel 6.

Abb. 5.3: Vergleich zwischen den Gruppen der 9. Klassen

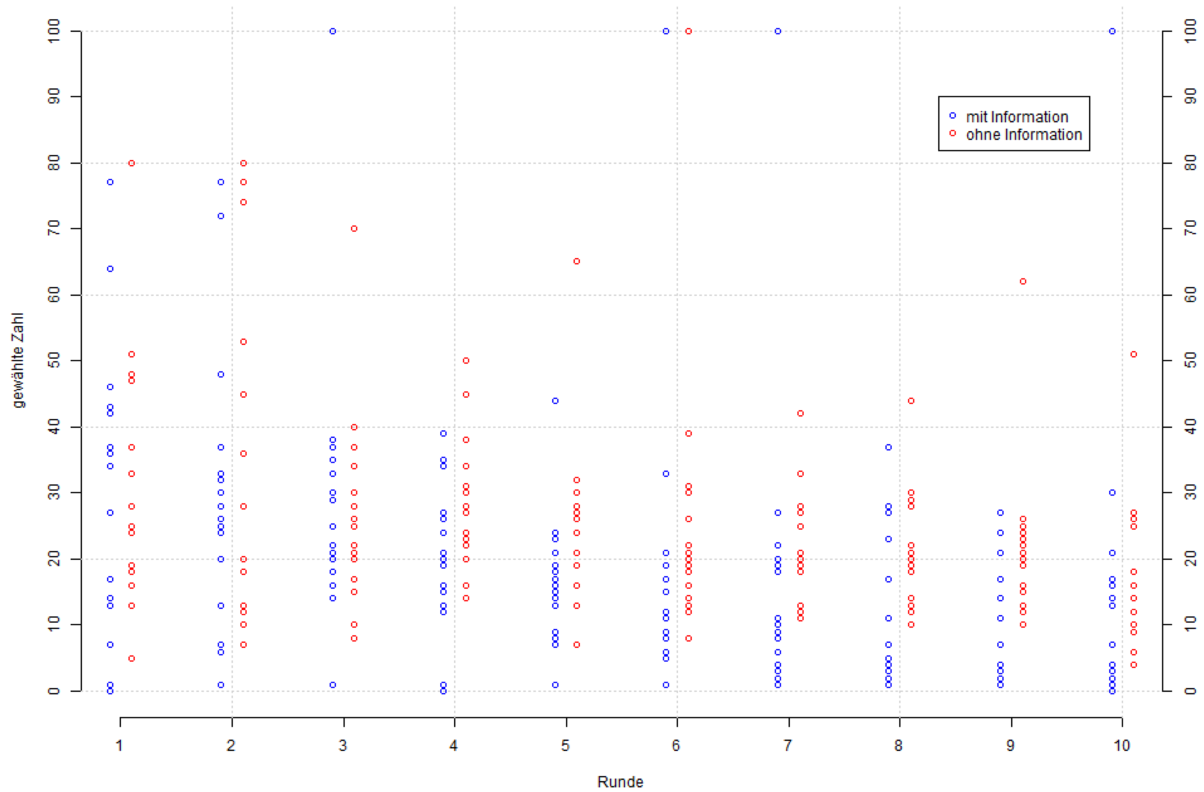


Abb. 5.4: Vergleich zwischen den Gruppen der 12. Klassen

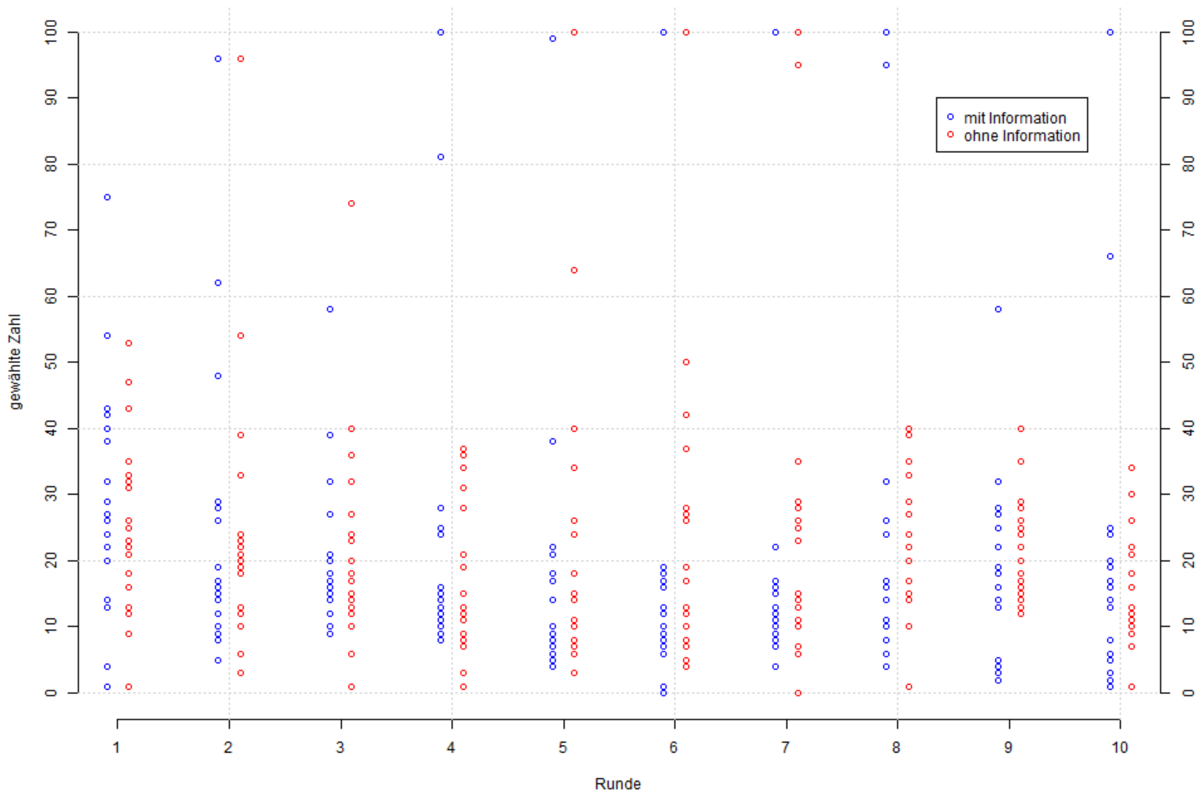


Abb. 5.5: Vergleich zwischen den Gruppen aller Klassen

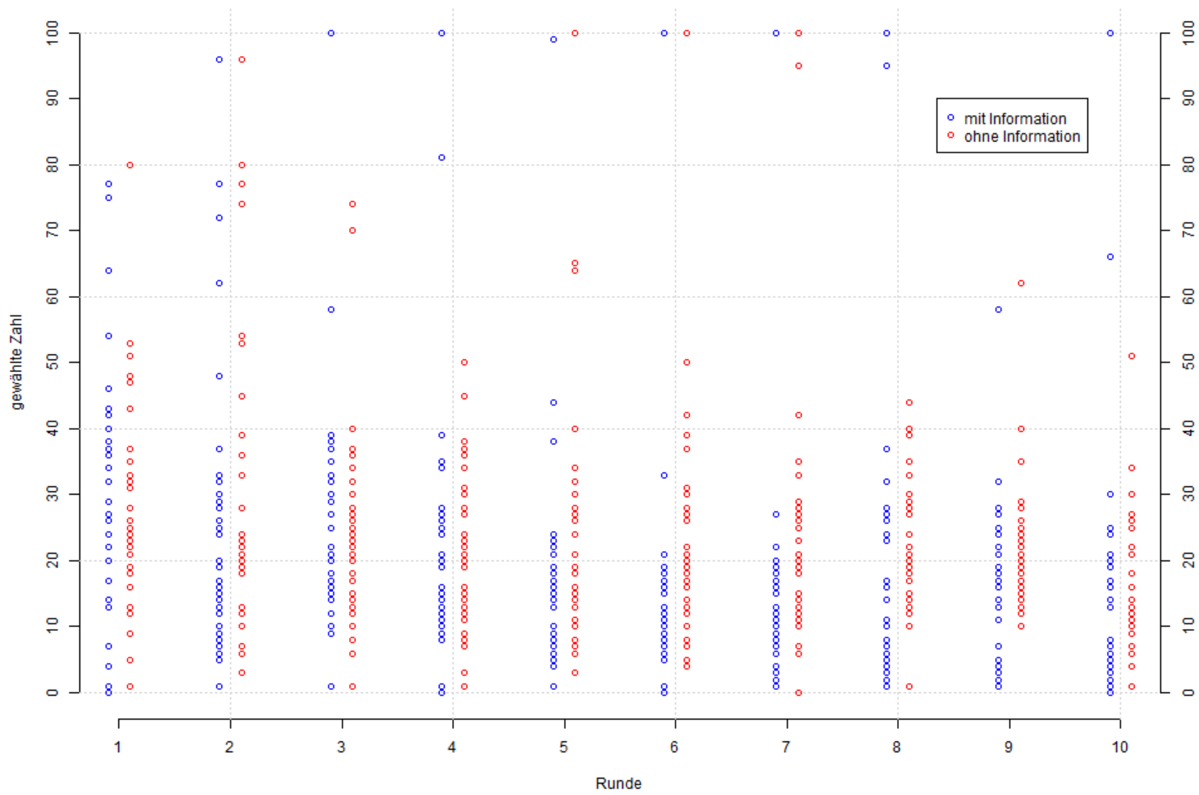


Abb. 5.6: Alle Probanden mit vollständiger Information

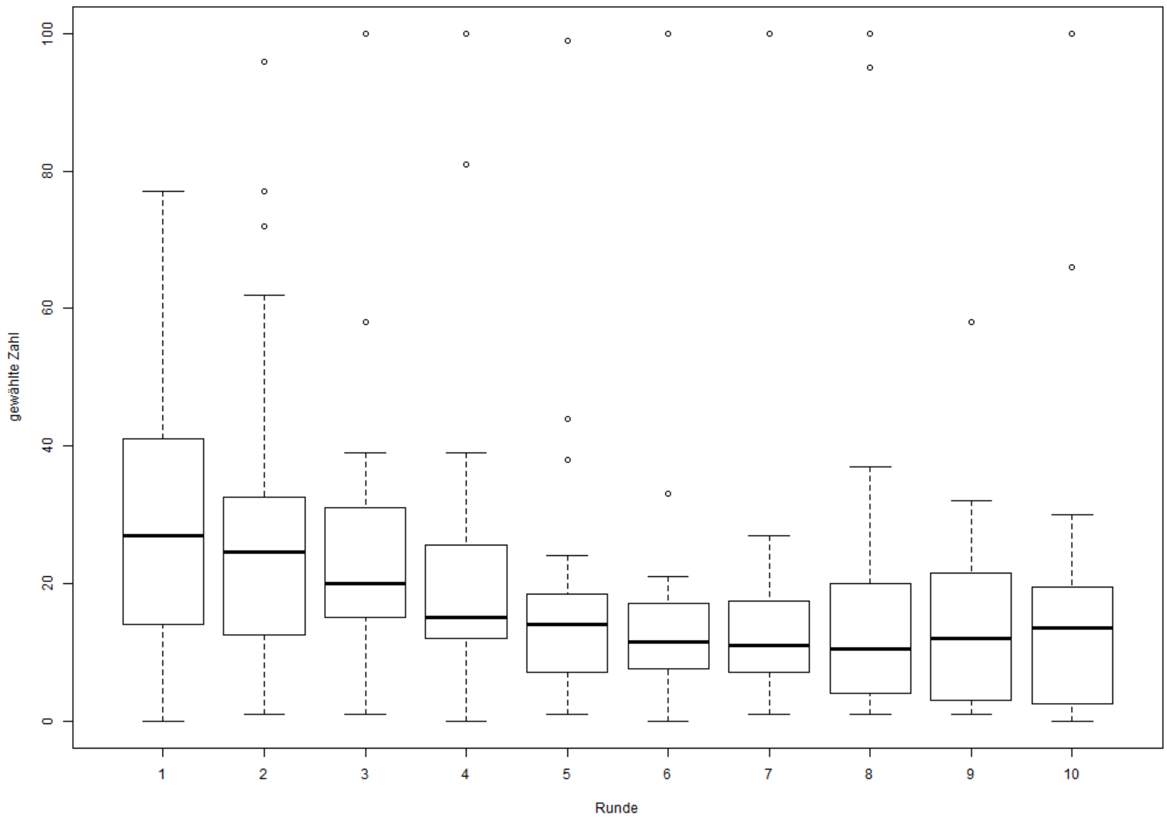
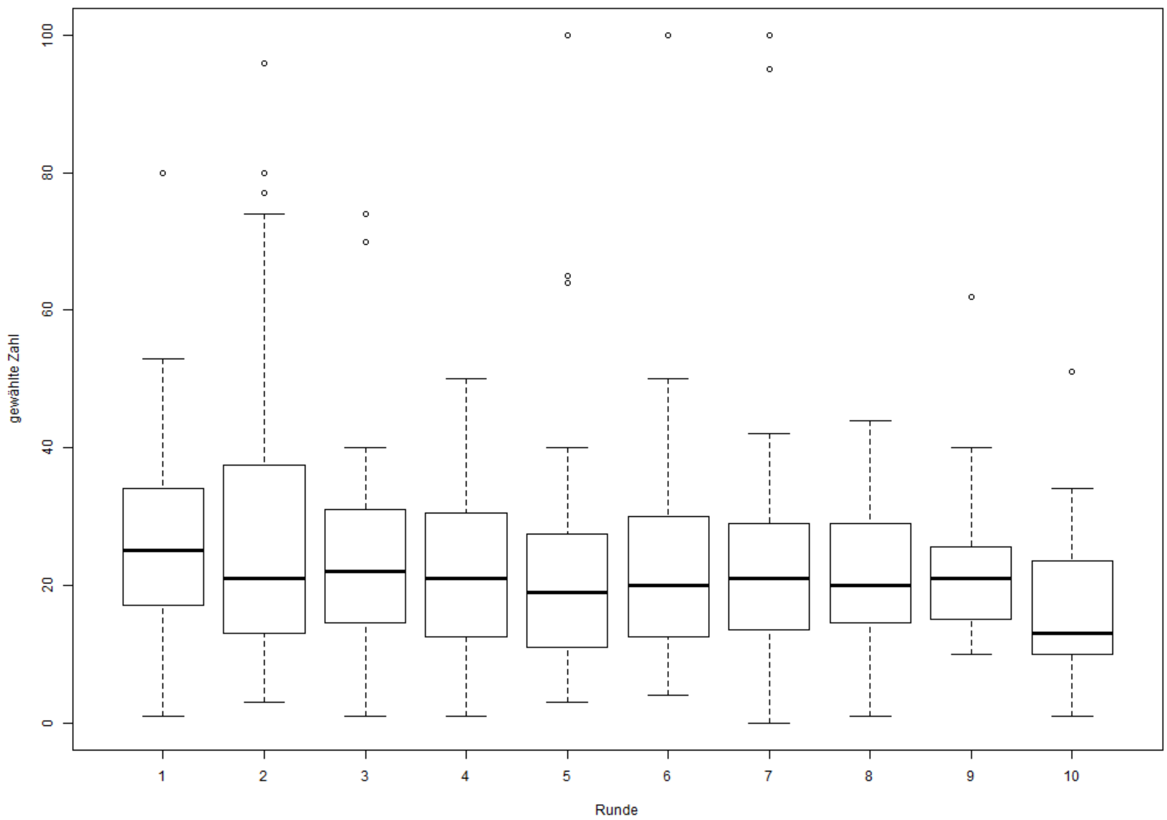


Abb. 5.7: Alle Probanden mit unvollständiger Information



5.3 Statistische Auswertung

Um herauszufinden, ob signifikante Unterschiede in der Strategiewahl zwischen den Alters- und/oder Spielergruppen bestehen, habe ich das Statistikprogramm 'R' (R Core Team, 2013), verwendet.

Um den Zweistichproben-t-Test anwenden zu können, wird unter anderem die Normalverteilung der Daten in den Grundgesamtheiten vorausgesetzt (Bortz, 2010). Diese Bedingung kann mit dem Shapiro-Wilk-Test überprüft werden (Dalgaard, 2008). Die Hypothesen lauten hierbei wie folgt:

Nullhypothese (H_0): Die Werte der Grundgesamtheit sind normalverteilt.

Alternativhypothese (H_1): Die Werte der Grundgesamtheit sind *nicht* normalverteilt.

Falls der errechnete p-Wert das Signifikanzniveau α (5%) übersteigt, wird die Nullhypothese beibehalten. Andernfalls wird die Nullhypothese verworfen (in der Tabelle rot hervorgehoben). Die Werte sind auf 2 signifikante Stellen gerundet.

R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10
9. Klassen mit perfekter Information									
0.31	0.058	$1.0 \cdot 10^{-4}$	0.82	0.032	$3.8 \cdot 10^{-6}$	$5.1 \cdot 10^{-6}$	0.0052	0.0068	$5.1 \cdot 10^{-6}$
9. Klassen mit unvollständiger Information									
0.054	0.0070	0.011	0.30	0.0013	$2.0 \cdot 10^{-5}$	0.075	0.066	$1.0 \cdot 10^{-4}$	$4.4 \cdot 10^{-5}$
12. Klassen mit perfekter Information									
0.41	$3.0 \cdot 10^{-4}$	0.0049	$1.9 \cdot 10^{-6}$	$2.0 \cdot 10^{-6}$	$4.2 \cdot 10^{-7}$	$5.7 \cdot 10^{-6}$	$6.5 \cdot 10^{-6}$	0.016	$3.0 \cdot 10^{-5}$
12. Klassen mit unvollständiger Information									
0.99	$5.0 \cdot 10^{-4}$	0.0066	0.10	$5.3 \cdot 10^{-5}$	$2.0 \cdot 10^{-4}$	$1.0 \cdot 10^{-4}$	0.48	0.24	0.27

Tabelle 5.12: p-Werte des Shapiro-Wilk-Tests

Da in den meisten Runden die Annahme der Normalverteilung nicht gerechtfertigt werden kann, wird die Nullhypothese verworfen. Daher führe ich den Wilcoxon-Zweistichproben-Test (Rangsummentest) durch, der diese Bedingung nicht voraussetzt.

Als erstes soll überprüft werden, ob Probanden mit perfekter Information systematisch tiefere Zahlen ausgewählt haben, als Probanden mit unvollständiger Information. Dazu werden die folgenden Hypothesen aufgestellt und der Wilcoxon-Test auf alle Runden beider Gruppen der jeweils neunten und zwölften Klassen angewandt.

Nullhypothese (H_0): Die Werte der Gruppe mit vollständiger Information sind *nicht* systematisch kleiner als die Werte der Gruppe mit unvollständiger Information.

Alternativhypothese (H_1): Die Werte der Gruppe mit vollständiger Information sind systematisch kleiner als die Werte der Gruppe mit unvollständiger Information.

Falls der errechnete p-Wert das Signifikanzniveau α (5%) übersteigt, wird die Nullhypothese beibehalten (in der Tabelle rot markiert). Andernfalls wird die Nullhypothese zugunsten der Alternativhypothese verworfen (in der Tabelle grün markiert). Bei diesem Test ist H_1 die Wunschhypothese.

R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10
9. Klassen – perfekte/unvollständige Information (A/B)									
0.35	0.57	0.47	0.026	0.0040	0.0031	0.0013	0.0052	0.0014	0.019
12. Klassen – perfekte/unvollständige Information (A/B)									
0.73	0.27	0.42	0.64	0.09	0.044	0.051	0.021	0.064	0.61
9. und 12. Klassen – perfekte/unvollständige Information (A/B)									
0.60	0.46	0.45	0.12	0.011	0.0006	0.0002	0.0007	0.0008	0.10

Tabelle 5.13: p-Werte des Wilcoxon-Tests, Vergleich der Spielergruppen

Es sind deutliche Unterschiede zwischen den neunten und zwölften Klassen zu erkennen. Bei den Zwölftklässlern scheint die Gruppenzugehörigkeit im Gegensatz zu den Neuntklässlern keinen signifikanten Einfluss auf die Zahlenwahl zu haben. Im Vergleich aller Gruppen, wird die Nullhypothese in der Hälfte der Fälle beibehalten. Die Alternativhypothese darf, obwohl in den neunten Klassen bestätigt, nicht als allgemeingültig betrachtet werden.

Als nächstes soll überprüft werden, ob ältere Schüler (12. Klasse) systematisch tiefere Zahlen ausgewählt haben, als jüngere Schüler (9. Klasse). Dazu werden die folgenden Hypothesen aufgestellt und der Wilcoxon-Test wird auf alle Runden der zwei Schulstufen angewandt.

Nullhypothese (H_0): Die Werte der älteren Schülerinnen und Schülerinnen sind *nicht* systematisch kleiner als die Werte der jüngeren Schülerinnen und Schüler.

Alternativhypothese (H_1): Die Werte der älteren Schülerinnen und Schülerinnen sind systematisch kleiner als die Werte der jüngeren Schülerinnen und Schüler.

Falls der errechnete p-Wert das Signifikanzniveau α (5%) übersteigt, wird die Nullhypothese beibehalten (in der Tabelle rot markiert). Andernfalls wird die Nullhypothese zugunsten der Alternativhypothese verworfen (in der Tabelle grün markiert).

R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10
9. und 12. Klassen mit perfekter Information (A)									
0.61	0.13	0.048	0.097	0.091	0.61	0.89	0.94	0.97	0.98
9. und 12. Klassen mit unvollständiger Information (B)									
0.33	0.43	0.12	0.004	0.025	0.30	0.55	0.88	0.84	0.40
9. und 12. Klassen mit perfekter und unvollständiger Information (A/B)									
0.48	0.13	0.021	0.0021	0.0094	0.29	0.65	0.92	0.98	0.88

Tabelle 5.14: p-Werte des Wilcoxon-Tests, Vergleich der Altersgruppen

Im Vergleich der Gruppen mit vollständiger Information wählen die älteren Schülerinnen und Schüler nur in einer Runde systematisch tiefere Zahlen. Ab Runde 6 steigt der p-Wert im Vergleich der Gruppen A stark an (vgl. Kapitel 6.1). In den Runden 3 bis 5 wählen die älteren Schülerinnen und Schüler im Vergleich aller Gruppen der jeweiligen Schulstufen systematisch tiefere Zahlen als ihre jüngeren Kolleginnen und Kollegen. In den folgenden Runden lässt sich diese Behauptung aber nicht mehr statistisch belegen.

5.4 Beantwortung der zweiten und dritten Leitfrage

- Gibt es deutliche Unterschiede beim Finden einer optimalen Strategie zwischen vollständiger und unvollständiger Information?

  Bei den Neuntklässlern kann diese Frage ab Runde 4 positiv beantwortet werden, während bei den Zwölftklässlern ein signifikanter Unterschied nur in den Runden 6 und 8 festgestellt werden kann.

- Gibt es deutliche Unterschiede in der Zahlenwahl zwischen Schülern der neunten und zwölften Klassen?

  Nein, es konnte kein signifikanter Unterschied zwischen den Schülerinnen und Schülern der neunten und zwölften Klassen belegt werden.

5.5 Welche Zahlen wurden gewählt?

Die Wahl einer Zahl ≥ 66 ($\approx 2/3 * 100$) wird grundsätzlich schwach dominiert. Der Durchschnitt aller Zahlen müsste 100 betragen, um mit 66 richtig zu liegen. Es darf angenommen werden, dass ein dermassen hoher Mittelwert sehr unwahrscheinlich ist und eine solche Wahl folglich irrational. Dennoch wurden in allen Runden (ausser 9, Abb. 5.17, S. 34) Zahlen über 66 gewählt. Im Kapitel 6.2 sind Vermutungen über mögliche Gründe nachzulesen. Wenn ein rationaler Spieler davon ausgeht, dass keine Zahlen über 66 gewählt werden, und von diesem Standpunkt aus zu räsonieren beginnt, könnte er – je nachdem, wie viele Schritte er vorausdenkt – eine der folgenden Zahlen wählen: ($2/3 * 66 \approx 44$), ($2/3 * 44 \approx 29$), ($2/3 * 29 \approx 19$), ($2/3 * 19 \approx 13$), usw.

Dieser Gedankengang lässt sich immer weiter fortführen, bis man das einzige Nashgleichgewicht (0) im Zahlenwahlspiel erreicht. Betrachtet man die Grafiken 5.9 – 5.18, sind tatsächlich Häufungen in der Nähe der Werte 13 und 19 festzustellen. Die Null wurde 5 Mal gewählt (0.7%). Die Gleichgewichtsstrategie führt in diesem Spiel selten zum Sieg, da nur wenige zur Wahl deren vordringen oder sich bewusst sind, dass sie höchstwahrscheinlich nicht zur Auszahlung führt (Diekmann, 2010).

Die folgende Grafik (Abb. 5.8) stellt die Verteilung der Zahlen dar, die von allen Schülerinnen und Schülern in beiden Gruppen und allen Runden gewählt wurden.

Abb. 5.8: Alle gewählten Zahlen aller Runden

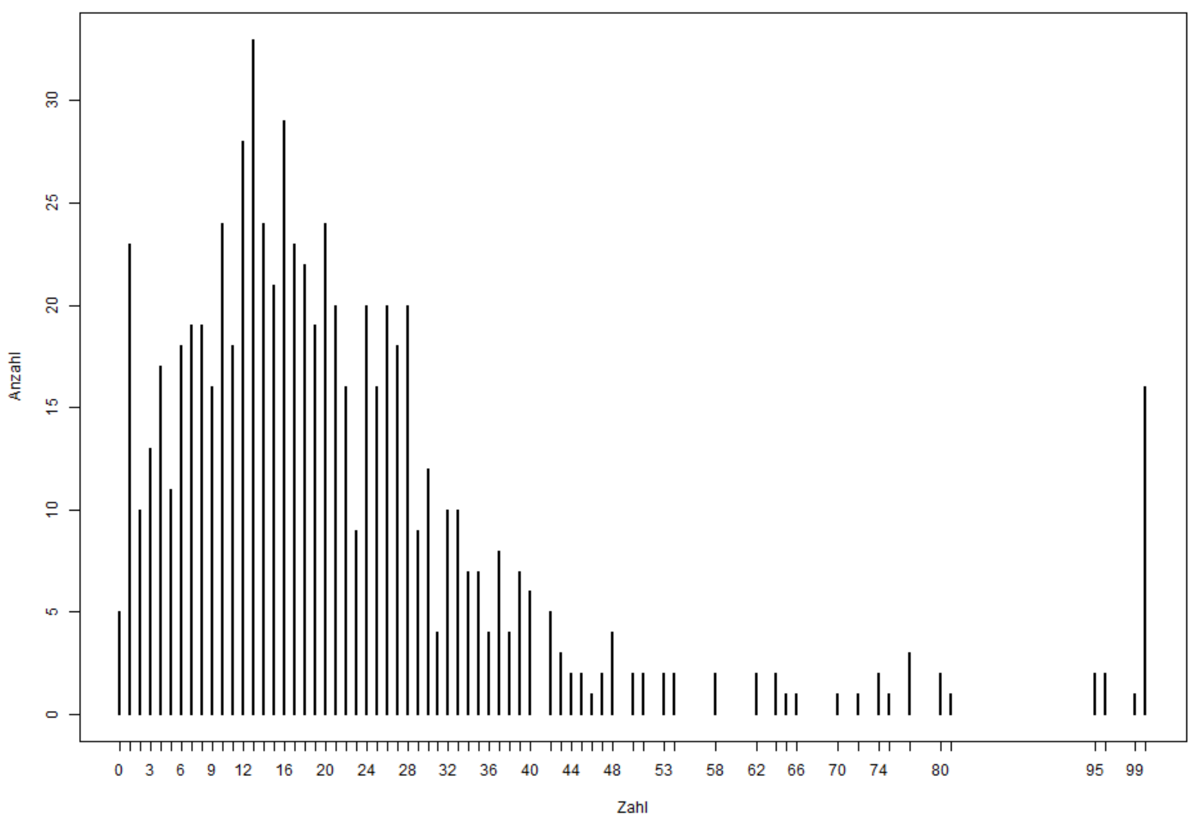


Abb. 5.9: Alle gewählten Zahlen in Runde 1

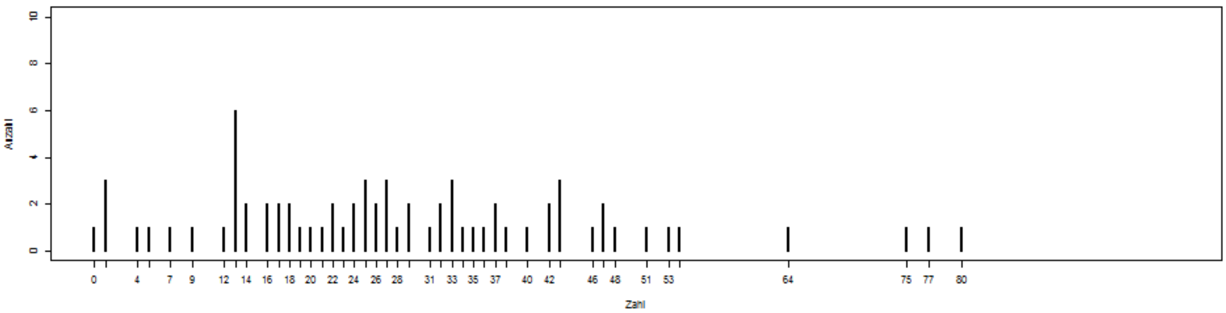


Abb. 5.10: Alle gewählten Zahlen in Runde 2

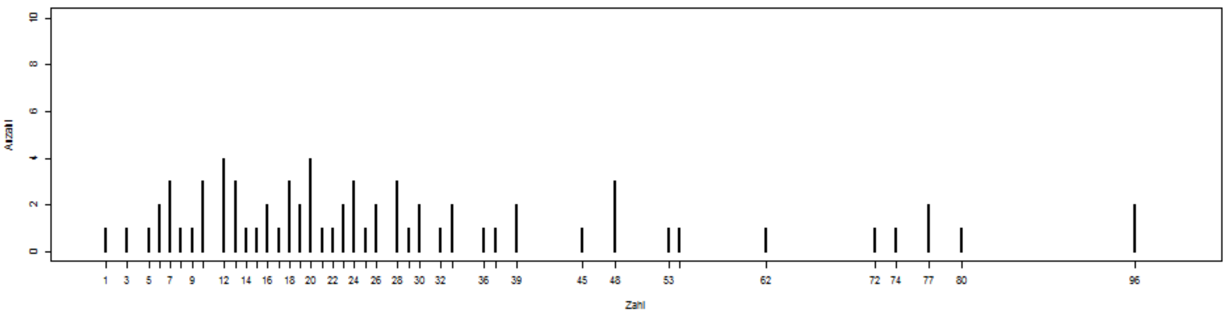


Abb. 5.11: Alle gewählten Zahlen in Runde 3

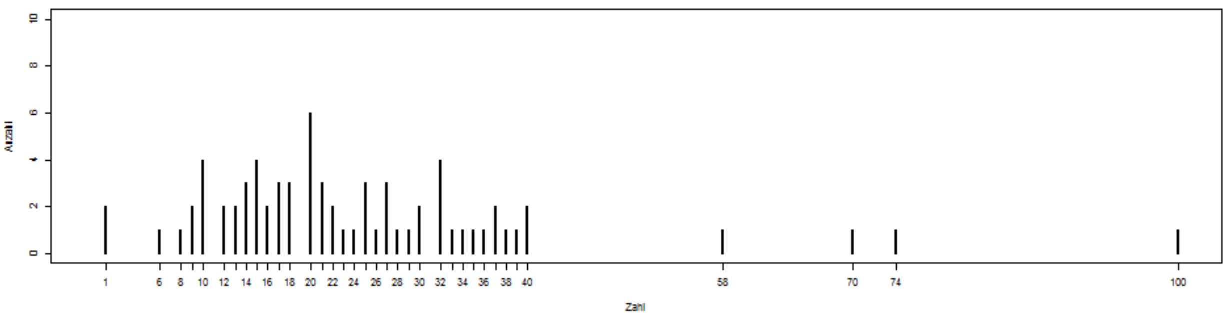


Abb. 5.12: Alle gewählten Zahlen in Runde 4

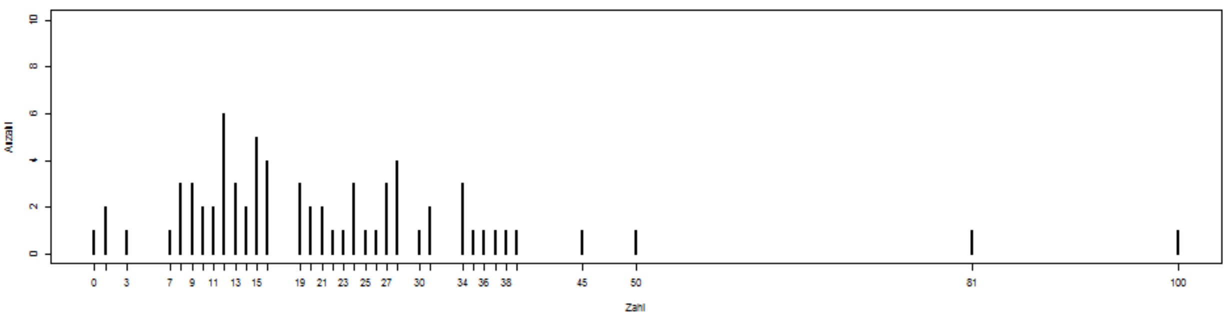


Abb. 5.13: Alle gewählten Zahlen in Runde 5

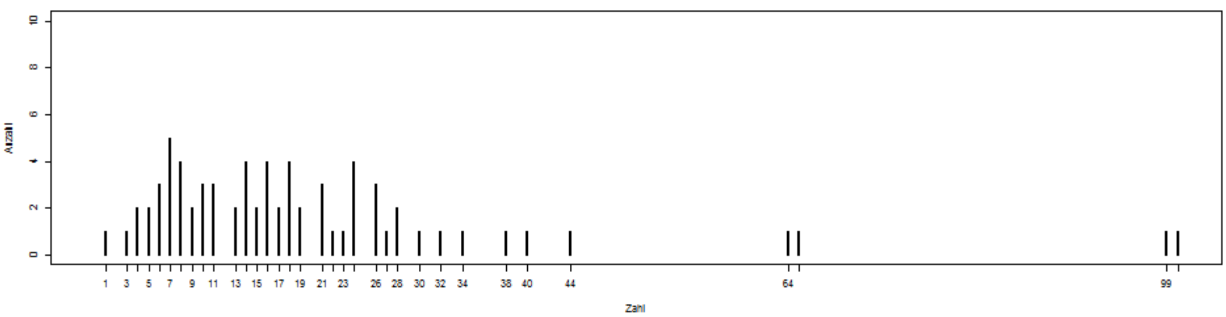


Abb. 5.14: Alle gewählten Zahlen in Runde 6

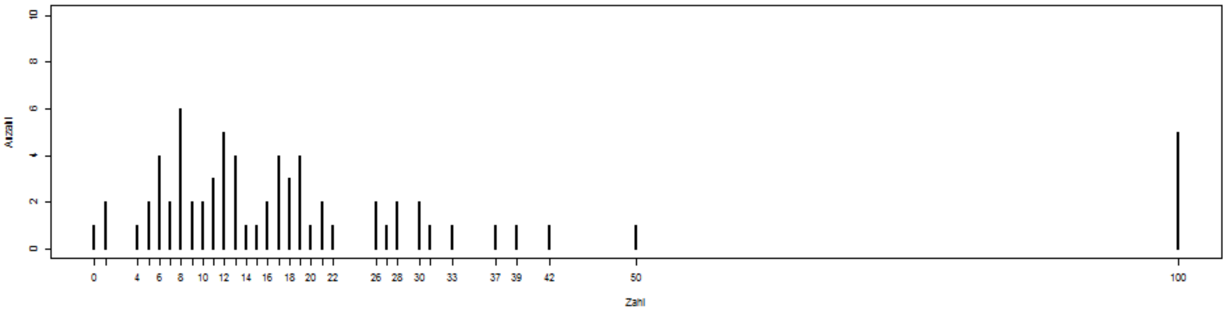


Abb. 5.15: Alle gewählten Zahlen in Runde 7

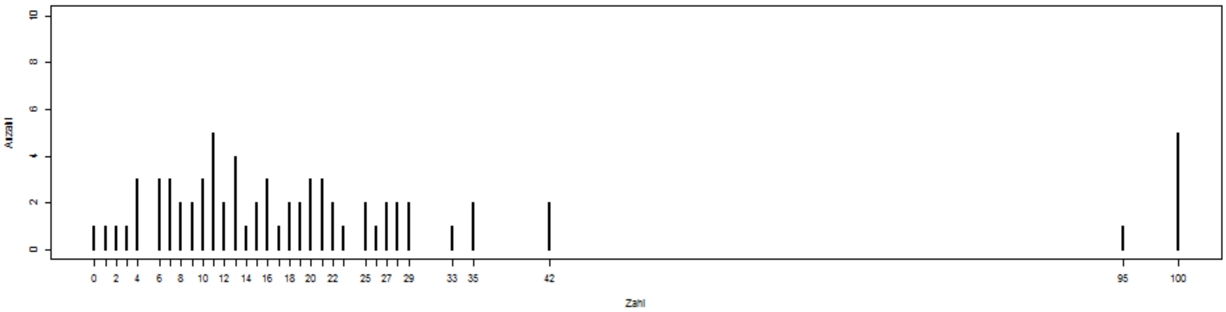


Abb. 5.16: Alle gewählten Zahlen in Runde 8

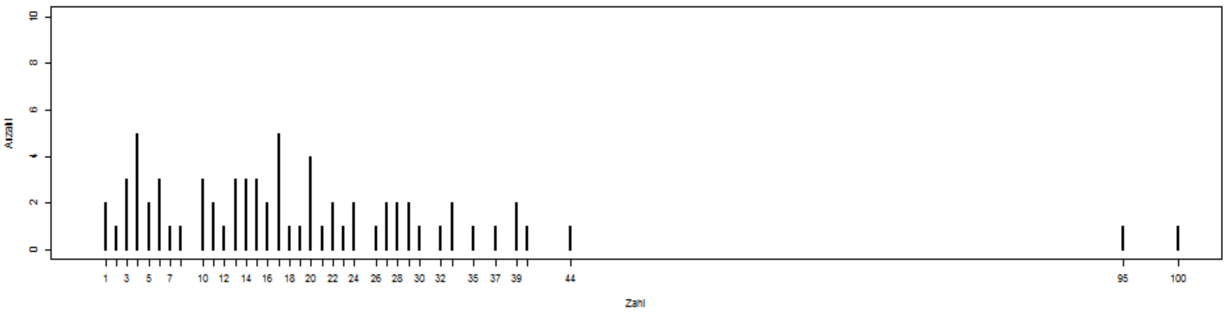


Abb. 5.17: Alle gewählten Zahlen in Runde 9

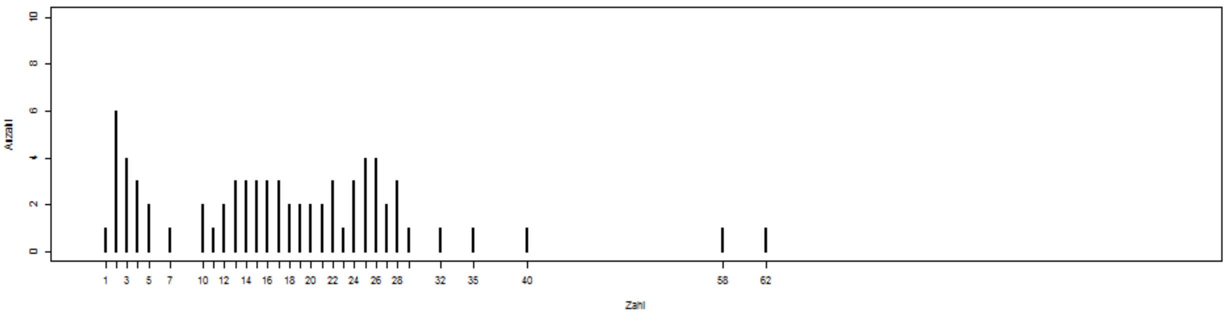
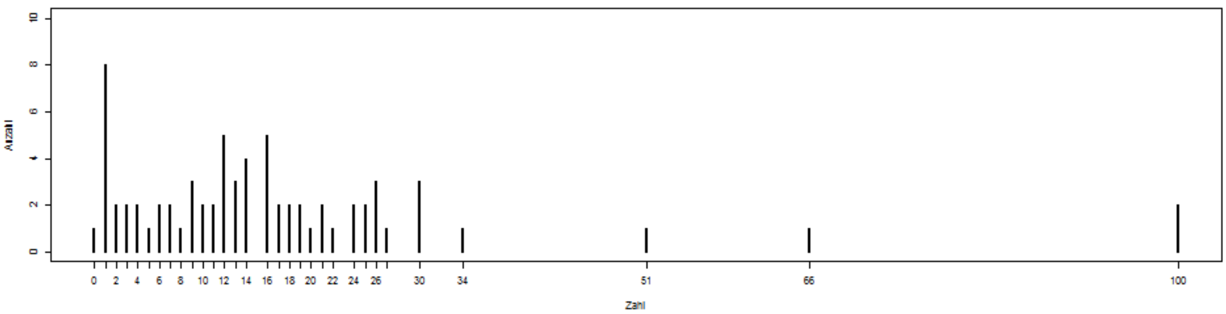


Abb. 5.18: Alle gewählten Zahlen in Runde 10



6 Diskussion

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit der Interpretation der Ergebnisse aus Kapitel 5, liefert persönliche Einschätzungen von unerwarteten Vorkommnissen, vergleicht die Arbeitshypothesen mit den Resultaten und zeigt mögliche Fehlerquellen im Setup des Experiments auf. Als Abschluss werden die neu gewonnen Erkenntnisse formuliert.

6.1 Einbruch der Medianabnahme

Auf der Abbildung 5.6 (S. 27) für die Probanden mit vollständiger Information ist deutlich zu erkennen, dass die Abnahme des Median in den Runden 6 bis einbricht. In den Runden 9 und 10 ereignet sich etwas – für die Theorie der Elimination dominierter Strategien – Unerwartetes, denn der Median steigt leicht an. Die Beurteilung dieses Verhaltens ist sehr schwierig. Nagel stellt in ihren Ergebnissen fest, dass die iterative Elimination dominierter Strategien und somit die damit verbunden Senkungen des Median sowie des Mittelwerts endlich und nicht unendlich ist. Die Mehrheit der Probanden ihrer Untersuchungen blieb nach der *Überlegung 1* (siehe Kapitel 4) unter dem dritten Eliminationsschritt (Nagel, 1995, S. 1325). Sieht man folglich den Einbruch der Medianabnahme als bestehend an, bleibt die Frage, warum der Median in den letzten beiden Runden leicht ansteigt. Meine Einschätzung dazu ist, dass die Ergebnisse der Runden 6-8 die Spieler verunsichert haben. Möglicherweise haben sie gedacht, eine kritische Grenze unterschritten zu haben und wählten wieder leicht höher, da sich in den vorhergehenden Runden die Abnahme der Werte verlangsamte und es sich nicht mehr als zielführend anbot, selbst in der nächsten Runde nochmals tiefer zu wählen.

6.2 Irrationale Wahlen

Wie in den Abbildungen 5.3-5.5 (S. 25-26) deutlich erkennbar ist, wurden fast in jeder Runde Zahlen ≥ 66 gewählt. Diese Wahlen sind wie in Kapitel 5 beschrieben, irrational, da sie schwach dominiert werden. Dennoch gibt es einige Ausreisser mit einer Wahl von 100. Ich gehe davon aus, dass diese in einigen Fällen als Manipulationsversuch, den Mittelwert nach oben zu verschieben, angesehen werden dürfen. Die Unterscheidung zwischen der genannten Theorie und derjenigen, dass diese Werte auf das Nichtverstehen des Spielmechanismus zurückgeführt werden können, ist allerdings sehr schwer, da in beiden Fällen eine alternierende Wahl zwischen hohen und tiefen Zahlen auftreten kann. Interessant ist auch, dass Spieler/in 3 aus der zweiten neunten Klasse, Gruppe A durchgehend die 1 gewählt hat. Mit der Wahl liess sich nicht gewinnen, dennoch blieb er/sie bei der Strategie. Einerseits ein cleveres Vorgehen, so Nahe beim Nashgleichgewicht zu wählen, andererseits irrational, bei perfekter Information in den folgenden Runden nicht von der Strategie abzuweichen.

Falls ein rein in der Theorie rationales Vorgehen tatsächlich vor eine Strategieadapation gesetzt wurde und somit der Hintergrund des schwach dominierenden Gleichgewichts bekannt war: Warum nicht gleich die Null? Ich nehme daher an, dass dieses Beispiel auf reine Willkür zurückgeht und sich der/die Spieler/in nichts weiter dabei gedacht hat.

6.3 Vergleich der Resultate mit den Arbeitshypothesen

Die Arbeitshypothesen 'a' und 'd' sind hier nicht aufgeführt, da sich deren Vergleich aufgrund der statistischen Auswertungen in Kapitel 5 erübrigt.

b) *Die wenigsten Schülerinnen und Schüler werden das Nash-Gleichgewicht wählen, da sie entweder nicht zu dieser Erkenntnis vordringen oder ihnen aber bewusst ist, dass Sie mit der Null verlieren werden.*

Die Grundaussage dieser Hypothese hat sich bestätigt. Unter allen 710 gewählten Zahlen ist die 0 nur 5 Mal vertreten, was 0.7% entspricht. Es ist jedoch sehr schwierig zu belegen, ob die meisten Probanden die Gleichgewichtsstrategie nicht gewählt haben, weil sie nicht zur Erkenntnis vorgerungen sind oder sich aber des Umstandes, dass diese Wahl mit an Sicherheit grenzender Wahrscheinlichkeit nicht zum Sieg führen würde, bewusst waren. Persönlich tendiere ich für den Grossteil der Schüler zur ersten Option, da es tatsächlich nicht einfach ist, ohne Informationen über die vorliegende Situation und Wissen über Spieltheorie, das Gleichgewicht zu erkennen.

c) *Der Durchschnitt der gewählten Zahlen wird spätestens bei der letzen Runde unter 22 liegen, was zwei Denkschritten beginnend von 50 entspricht.*

Diese Hypothese hat sich ebenfalls bestätigt. Der Durchschnitt (und der Median) liegen ab Runde 4 (respektive Runde 3) unter 22 und bleiben auch danach konstant unter diesem Wert. Diese Ergebnisse decken sich mit der Annahme, dass die Überlegungen aus Kapitel 4.3 zumindest bis zu einem gewissen Grad angewendet worden sind.

e) *Nur die wenigsten Schüler werden eine Zahl über 66 wählen, da diese Wahl schwach dominiert wird.*

Auch diese Hypothese hat sich als korrekt erwiesen. Von den 710 gewählten Zahlen im Verlauf der zehn Spielrunden sind 26 Werte ≥ 66 (3.66%).

f) *Es wird Manipulationsversuche geben, d.h. Spieler die absichtlich hohe Werte wählen, um den Mittelwert zu verschieben.*

Wie bereits im Kapitel 6.2 erwähnt, ist es sehr schwer Manipulationsversuche zu beweisen. Allerdings habe ich im direkten Gespräch mit einigen Schülerinnen und Schülern erfahren, dass sie in gewissen Runden tatsächlich eine hohe Zahl gewählt haben, um die Mitspieler dazu zu bewegen, in der nächsten Runde höher zu wählen – damit sie selbst bessere Gewinnchancen hätten erzielen können. Da sich die Hypothese nicht eindeutig als richtig oder falsch einstufen lässt, möchte ich die Durchführung von Manipulationsversuchen mittels absichtlicher Wahl hoher Zahlen beurteilen. Als erstes sollte man sich vergegenwärtigen, dass für den Manipulationsversuch an sich in der entsprechenden Runde mit ziemlicher Sicherheit die Chance auf eine Auszahlung 'geopfert' werden muss – in der Hoffnung, dass die Strategie aufgeht und einem in der nächsten Runde einen Vorteil verschafft. Dann sollte man grundsätzlich von der Nullhypothese (Manipulationsversuche haben keinen signifikanten Einfluss auf die Wahl der Mitschüler und Auszahlungen in der Runde direkt nach deren Anwendung sind zufällig) ausgehen, sofern nichts über die Effizienz bekannt ist. Ferner bleibt die Frage offen, ob eine alternierende Wahl hoher und tiefer Zahlen von den Mitspielern nicht bald durchschaut werden würde. Daher schätze ich Manipulationsversuche im Zahlenwahlspiel als irrational ein, weil das Risiko, das man eingeht, zu gross ist.

g) *Bei 33 und 22 sollten Ausreisser erkennbar sein, wenn alle Daten graphisch aufbereitet werden.*

Diese Hypothese geht von *Überlegung 1* (siehe Kapitel 4.3) aus. Es sind tatsächlich kleine Häufungen um die Zahlen 33 und 22 zu erkennen (Abb. 5.8, S. 32), obwohl Häufungen der dritten und vierten Denkebene der *Überlegung 2* (um 20 und 13) deutlicher ausfallen (Abb. 5.8, S. 32). In meinen Augen spricht dieses Ergebnis für die Annahme, dass die iterative Elimination dominierter Strategien (*Überlegung 2*) in meinem Experiment häufiger zur Anwendung kam als *Überlegung 1*.

h) *Kein Spieler wird alle Runden seiner Gruppe gewinnen.*

Auch diese Arbeitshypothese erwies sich als korrekt. Wie in der Tabelle 5.11 (S. 24) ersichtlich ist, hat keine Spielerin und kein Spieler mehr als sechs Runden seiner Gruppe gewonnen. Dieses Ergebnis war zu erwarten, da ein durchgehender Gewinn – angesichts der Tatsache, dass keine allgemeingültig perfekte Wahl existiert – höchst unwahrscheinlich wäre.

6.4 Mögliche Fehlerquellen

Die statistischen Auswertungen sind mit den Zahlen aller Probanden durchgeführt worden. Man hätte diese Auswertungen auch auf Kandidaten beschränken können, die 'rational' (< 66) gewählt haben. Somit wären aber auch Strategieprofile ausser Acht gelassen worden, die gezielte Manipulationsversuche gegenüber den Mitspielern beinhalten.

Trotz der zufälligen Verteilung der Spieler auf die Gruppen A und B ist es möglich, dass mit geringer Wahrscheinlichkeit in einer Gruppe mehr mathematisch begabte Probanden als in einer anderen Gruppe eingeteilt wurden – dies könnte natürlich das Ergebnis verfälschen. Letzten Endes spielt es auch eine Rolle, mit welcher Motivation die Spieler teilnahmen. Wenngleich pro gewonnene Runde 1.– ausgezahlt wurde, ist es möglich, dass gewisse Teilnehmer sich keine Mühe gegeben haben.

6.5 Beantwortung der ersten Leitfrage

- Wie sollte sich ein rationaler Spieler in einem Umfeld verhalten, in dem sich nicht alle Beteiligten perfekt rational verhalten?

Die in der Theorie rationalste Antwort führt in der Praxis meist nicht zur Auszahlung, ausser alle Mitspieler wählen sie auch. Darin liegt das Dilemma – es gibt für das Zahlenwahlspiel mit $p = 2/3$ (sowie für viele weitere Entscheidungssituationen) keine allgemeingültig perfekte Wahl und somit auch keine allgemeingültige Antwort, wie sich ein rationaler Spieler in einem solchen Umfeld verhalten sollte. In der Realität existieren darüber hinaus weit komplexere Entscheidungssituationen als das Zahlenwahlspiel, *"so dass eine streng rationale Analyse von vornherein zum Scheitern verurteilt ist"* (Selten, Nagel, 1998, S. 22). Aus diesem Grund habe ich die Beantwortung der ersten Leitfrage in dieses Kapitel verschoben. Ich versuche eine Liste mit einigen Anhaltspunkten zu formulieren, die ein rationaler Spieler in einem nicht perfekt rationalen Umfeld zur Kenntnis nehmen sollte.

1. **Einschätzung des Konsenses:** Selbst rationale Spieler überschätzten das Ausmass, in dem andere Spieler ihnen ähneln – dieses Phänomen ist in der Psychologie unter der Bezeichnung "falscher Konsens" bekannt (Selten, Nagel, 1998, S. 17). Es sollte also nicht davon ausgegangen werden, dass *ein Grossteil* der Mitspieler ähnliche Denkschritte vollzieht, wie man selbst.
2. **Einschätzung der Motivation:** In der Wissenschaft wird Rationalität für private Kosten implizit angenommen (Köberl, Prettenthaler, 2009, S. 59). Daher kann gefragt werden: Steht für die beteiligten Akteure etwas auf dem Spiel? Wie gross ist der persönliche Verlust bei Anwendung einer strikt oder schwach dominierten Strategie? Je höher der persönliche Einsatz, desto wahrscheinlicher wird rationales Agieren.

3. **Einschätzung der Komplexität:** Je mehr Strategieprofile in einer Entscheidungssituation möglich sind, desto schwieriger wird eine Analyse. Es wäre also zu erwarten, dass mit höherem Komplexitätsgrad die Anzahl rational agierender Teilnehmer abnimmt.

6.6 Neue Erkenntnisse

Ich bin zum Schluss gekommen, dass Probanden mit perfekter Information in einem iterierten Zahlenwahlspiel nicht zwingend systematisch tiefere Zahlen wählen als Teilnehmer mit unvollständiger Information. Auch hat sich gezeigt, dass bei einem mittleren Altersunterschied von drei Schulstufen an meiner Mittelschule (9. Klasse vs. 12. Klasse) nicht behauptet werden kann, die älteren Schüler würden im Schnitt rationaler wählen.

7 Schlusswort

Diese Maturaarbeit war eine spannende Erfahrung für mich. Ich habe während des letzten Jahres viel dazugelernt und einige interessante Diskussionen führen dürfen.
Für eine zukünftige – ähnliche Arbeit – würde ich vorschlagen, die Gruppen noch stärker zu differenzieren und einer Gruppe gar keine Information zur Verfügung zu stellen.
Gewisse Aspekte haben sich als schwieriger und arbeitsaufwändiger herausgestellt, als ich anfänglich angenommen hatte – z.B. die Komplexität der Software und die statistischen Tests. Obwohl teils viel Durchhaltevermögen gefragt war, haben mich die verschiedenen Herausforderungen dieser Arbeit weitergebracht.

Als Dank für die ausserordentliche Hilfsbereitschaft von Prof. Dr. Andreas Diekmann und Herrn Joël Berger möchte ich dem Departement für Geistes- und Sozialwissenschaften an der ETH Zürich eine Kopie meiner Arbeit und Software zukommen lassen.

8 Anhang

8.1 Quellenverzeichnis

A
Alba-Fernández, V., Braas-Garza, P., Jiménez- Jiménez, F., Rodero-Cosano, J. 2006. Teaching Nash Equilibrium and Dominance: A classroom Experiment on the Beauty Contest. In: Journal of Economic Education.

B
Bühren, C., Frank, B. und Nagel, R. 2012. A Historical Note on the Beauty Contest, Marburg: Universität Marburg.

Bortz, J., Schuster, C. 2010. Statistik. Berlin: Springer.

D
Dalgaard, P. 2008. Introductory Statistics with R. New York: Springer.

Diekmann, Andreas. 2010. Spieltheorie. Einführung, Beispiele, Experimente. Hamburg: Rowohlt Taschenbuch Verlag GmbH.

F
Fundamentum Mathematik und Physik. 2011. DMK Deutschschweiz, DPK, Orell Füssli.

K
Köberl, J., Prettenthaler, F. 2009. Kleines Glücksspiel- grosses Leid? Empirische Untersuchungen zu den sozialen Kosten des Glücksspiels in der Steiermark. Graz.

N
Nagel, R. 1995. Unraveling in Guessing Games: An Experimental Study. American Economic Review, 1995, Vol. 85 (5), S. 1313-1326.

R
R Core Team. 2013. Foundation for Statistical Computing. Vienna. [http://R-project.org]

S
Selten, R. und Nagel, R. 1998. Das Zahlenwahlspiel. Ergebnisse und Hintergründe. In: Spektrum der Wissenschaft, Ausgabe 2 / 1998.
[http://www.spektrumverlag.de/alias/pdf/sdw-98-02-s016/907387] (15.08.2013)

http://www.statistics4u.info/fundstat_germ/cc_quartile.html (Autor: Lohninger, Hans) (13.10.2013)

Smith, John Maynard. 1982. Evolution and the Theory of Games.

8.2 Abbildungsverzeichnis

8.3 Tabellenverzeichnis

8.4 Glossar

Begriff	Definition
Information, perfekte	Bei einem Spiel mit perfekter Information enthält jeder →Informationsbezirk genau einen Entscheidungsknoten. Ein Spieler, der am Zug ist, kennt immer den vorangehenden Zug des Mitspielers/der Mitspieler.
Information, unvollständige	Bei unvollständiger Information hat mindestens ein Spieler keine vollständige Kenntnis der Auszahlungen. Ein typischer Fall ist asymmetrische Information. Der Spieler kennt seine Auszahlungen, aber nicht die Präferenzen der Mitspieler.
Informationsbezirk	Ein Informationsbezirk umfasst eine Menge von Knoten auf einer Entscheidungsebene. Der Spieler, der am Zug ist, hat Kenntnis davon, welcher Informationsbezirk im vorhergehenden Zug des Mitspielers/der Mitspieler erreicht wurde. Er weiss aber nicht, zu welchem Knoten innerhalb des Informationsbezirks der vorgehende Zug geführt hat.
Inferenzstatistik	Statistik, die auf der Basis von Stichprobenergebnissen induktiv allgemeingültige Aussagen formuliert. Zur Inferenzstatistik zählen die Schätzung von Populationsparametern (Schliessen) und die Überprüfung von Hypothesen (Testen).
Median	Derjenige Wert einer Verteilung, der die Gesamtzahl der Fälle halbiert, sodass 50% aller Werte unter dem Median und 50% aller Fälle über ihm liegen.

Modus, Modalwert	Wert einer Verteilung, der am häufigsten vorkommt. In einer grafischen Darstellung der Verteilung deren Maximum. Eine Verteilung kann mehrere Modalwerte besitzen.
Nashgleichgewicht	Eine Kombination von Strategien der Spieler, bei der kein Spieler einen Anreiz hat, einseitig von der Wahl seiner Strategie abzuweichen. Die Strategien, die ein Gleichgewicht ergeben, heissen Nash-Gleichgewichtsstrategien. Nach dem Satz von Nash existiert für jedes Spiel mit endlicher Anzahl reiner Strategien mindestens ein Nashgleichgewicht mit reinen oder gemischten Strategien.
p-Wert	Wahrscheinlichkeit, dass das gefundene Ergebnis oder ein extremeres Ergebnis bei Gültigkeit von H_0 eintritt.
Quartil	Quartile teilen, wie der Name suggeriert, die zugrundeliegende Verteilung [der Daten] in vier Viertel. Ein bestimmtes Quartil ist also die Grenze zwischen zwei bestimmten Vierteln der Verteilung.
Randomisierung	Zufällige Zuordnung der Versuchsteilnehmer bzw. -objekte zu den Versuchsbedingungen.
Stichprobe	In der Regel zufällig ausgewählte Personengruppe, die als Grundlage für inferenzstatistische Schlüsse dienen soll.
Signifikanzniveau	Vom Versuchsleier festgelegter Wert für α. Im Allgemeinen spricht man von einem signifikanten Ergebnis, wenn der ermittelte p-Wert höchsten $\alpha = 0.05\ (5\%)$, von einem sehr signifikanten Ergebnis, wenn er höchstens $\alpha = 0.01\ (1\%)$ beträgt.
Strategie	Ein Spielplan, der festlegt, welche Wahl ein Spieler in jeder denkbaren Situation des Spielablaufs treffen wird.
Strategie, dominierende	Ergibt für jedes →Strategienprofil der Mitspieler immer eine höhere oder mindestens gleich hohe Auszahlung im Vergleich zu allen alternativen Strategien des Spielers. Ist die Auszahlung immer höher, ist die Strategie strikt dominierend.
Strategie, dominierte	Ergibt für jedes →Strategienprofil der Mitspieler immer eine tiefere oder bestenfalls gleich hohe Auszahlung im Vergleich zu allen alternativen Strategien des Spielers. Ist die Auszahlung immer tiefer, ist wird die Strategie strikt dominiert.
Strategienprofil	Das Strategienprofil ist eine Kombination der Strategien aller Spieler, wobei jeder Spieler eine bestimmte, verfügbare Strategie gewählt hat.
t-Test für Beobachtungspaare, Zweistichproben-t-Test	Statistischer Signifikanztest, der zwei Gruppen (parallelisierte Stichproben oder Messwiederholung) auf einen Unterschied bezüglich ihrer Mittelwerte eines intervallskalierten Merkmals untersucht.
Wilcoxon-Zweistichproben-Test	Verteilungsfreier Signifikanztest, der zwei Gruppen, die nicht unabhängig voneinander ausgewählt wurden (parallelisierte Stichproben oder Messwiederholung), auf einen Unterschied bezüglich ihrer zentralen Tendenz eines ordinalskalierten Merkmals untersucht.

Quellen: Bortz (2010), Diekmann (2010), Lohninger (2012)

8.5 Verwendete R-Scripts

Aus Platzgründen verzichte ich darauf, hier alle verwendeten Scripts aufzuführen. Einige davon existieren in verschiedenen Versionen – für die verschiedenen Klassen und Gruppen. Die realen Klassenbezeichnungen wurden durch A und B ersetzt. Eine Kopie aller Scripts sowie die Datei 'alle.csv' (mit den Rohdaten), kann auf Anfrage beim Autor erhalten werden.

```
EINLESEN.R
----------


alle <- read.table("alle.csv", sep=";", header=TRUE)

alle_mit <- alle[alle$gruppe=="1",(1:10)]
alle_ohne <- alle[alle$gruppe=="0",(1:10)]
alle_alle <- alle[(1:10)]

names(alle_mit) <- (1:10)
names(alle_ohne) <- (1:10)

k6_mit <- alle[alle$stufe=="6" & alle$gruppe=="1",(1:10)]
k6_ohne <- alle[alle$stufe=="6" & alle$gruppe=="0",(1:10)]

k6_A_mit <- alle[alle$stufe=="6" & alle$gruppe=="1" & al-
le$klasse=="a",(1:10)]
k6_A_ohne <- alle[alle$stufe=="6" & alle$gruppe=="0" & al-
le$klasse=="a",(1:10)]

k6_B_mit <- alle[alle$stufe=="6" & alle$gruppe=="1" & al-
le$klasse=="b",(1:10)]
k6_B_ohne <- alle[alle$stufe=="6" & alle$gruppe=="0" & al-
le$klasse=="b",(1:10)]

k6_alle <- alle[alle$stufe=="6",(1:10)]

k3_mit <- alle[alle$stufe=="3" & alle$gruppe=="1",(1:10)]
k3_ohne <- alle[alle$stufe=="3" & alle$gruppe=="0",(1:10)]

k3_A_mit <- alle[alle$stufe=="3" & alle$gruppe=="1" & al-
le$klasse=="a",(1:10)]
k3_A_ohne <- alle[alle$stufe=="3" & alle$gruppe=="0" & al-
le$klasse=="a",(1:10)]

k3_B_mit <- alle[alle$stufe=="3" & alle$gruppe=="1" & al-
le$klasse=="b",(1:10)]
k3_B_ohne <- alle[alle$stufe=="3" & alle$gruppe=="0" & al-
le$klasse=="b",(1:10)]

k3_alle <- alle[alle$stufe=="3", (1:10)]
```

EINZELWAHLEN.R

```
source("einlesen.R")

breite <- 950
hoehe <- 700

png("Direktvergleich_alle.png", width=breite, height=hoehe)
plot(
    x=c(1,10),
    y=c(0,100),
    type="n",
    main="Abb. 5.5: Vergleich zwischen den Gruppen aller Klassen",
    xlab="Runde",
    ylab="gewählte Zahl",
    axes = FALSE

)
legend(
  x=8.35, y=90,
  legend=c("mit Information", "ohne Information"),
  pch=c(1, 1),
  col=c("blue", "red")
)

#Achse(n):
axis(1, at=(1:10))
axis(2, at= 10*(0:10))
axis(4, at= 10*(0:10))

# Gitter:
grid()

# Punkte der Gruppe mit Info hinzufgen:

for (i in 1:length(alle_mit[,1]))
{
    points( x=(1:10)-0.1, y=alle_mit[i,], col="blue")
}


# Punkte der Gruppe ohne Info hinzufgen:

for (i in 1:length(alle_ohne[,1]))
{
    points( x=(1:10)+0.1, y=alle_ohne[i,], col="red")
}
dev.off()
```

GEWINNANALYSE.R

```
source("einlesen.R")

gewinnanalyse <- function(zahlen) {
    # Gewinnzahl (2/3 des Mittelwerts) berechnen und ausgeben:
    # Achtung: Rundung kann Zweitplatzierte zu Gewinnern machen!
    gewinnzahl <- 2/3*mean(zahlen)
    cat('Es gewinnt die Zahl:', gewinnzahl, '\n')

    # Minimaldistanz von der Gewinnzahl berechnen:
    # Hinweise:
    # (a) 'zahlen' ist ein Vektor und 'Gewinnzahl' eine einzelne
    #     Zahl. 'R' wiederholt in diesem Falle die Zahl so oft,
    #     bis ein Vektor gleicher Länge entstanden ist, so dass
    #     die Subtraktion möglich wird.
    # (b) Beträge sind nötig, da Abweichung negativ sein kann.
    mindist <- min(abs(zahlen - gewinnzahl))

    # Mit for-Schleife die Gewinner ermitteln und ausgeben:
    for (k in (1:length(zahlen))) {
        if (abs(zahlen[k]-gewinnzahl) == mindist) {
            cat('Spieler', k, 'gewinnt mit', zahlen[k], '\n')
        }
    }
}

for (i in 1:10) {
     cat('Runde ', i, ':', '\n')
     gewinnanalyse(k3_A_mit[,i])
     cat('\n')
}
```

HÄUFIGKEITEN.R

```
source("einlesen.R")

breite <- 950
hoehe <- 700

png("globale_haeufigkeiten.png", width=breite, height=hoehe)
plot(
    table(as.vector(as.matrix(alle[,(1:10)]))),
    xlim=c(0,100),
    main="Abb. 5.8: Alle gewählten Zahlen aller Runden",
    ylab="Anzahl",
    xlab="Zahl",
)
dev.off()
```

8.6 Feedback zur Übersichtlichkeit und Benutzerführung

Feedback zur Übersichtlichkeit und Benutzerführung

1. Bitte bewerten Sie die Verständlichkeit der Software auf einer Skala von eins bis zehn.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

2. Bitte bewerten Sie die Benutzerführung der Software auf einer Skala von eins bis zehn.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Weitere Anmerkungen und Verbesserungsvorschläge:

Trostpreis für Verlierer

Feedback zur Übersichtlichkeit und Benutzerführung

1. Bitte bewerten Sie die Verständlichkeit der Software auf einer Skala von eins bis zehn.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

2. Bitte bewerten Sie die Benutzerführung der Software auf einer Skala von eins bis zehn.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Weitere Anmerkungen und Verbesserungsvorschläge:

Geschwindigkeit je nach Runde anpassen ✓
Anregung: Kontostand gewonnene Runden anzeigen

Feedback zur Übersichtlichkeit und Benutzerführung

1. Bitte bewerten Sie die Verständlichkeit der Software auf einer Skala von eins bis zehn.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

2. Bitte bewerten Sie die Benutzerführung der Software auf einer Skala von eins bis zehn.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Weitere Anmerkungen und Verbesserungsvorschläge:

Punktezähle (aber nicht vom Ziel ablenken lassen)

Bei Rückfragen A. Wyrsch 12654

Feedback zur Übersichtlichkeit und Benutzerführung

1. Bitte bewerten Sie die Verständlichkeit der Software auf einer Skala von eins bis zehn.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

2. Bitte bewerten Sie die Benutzerführung der Software auf einer Skala von eins bis zehn.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Weitere Anmerkungen und Verbesserungsvorschläge:

→ Erklärung, welche Zahl genau gesucht wird... ⇒ Bsp.
→ Veranschaulichung?

8.7 Rohdaten

Runde 1	Runde 2	Runde 3	Runde 4	Runde 5	Runde 6	Runde 7	Runde 8	Runde 9	Runde 9	Stufe	Info. (1=A)
42	32	29	35	44	33	27	37	27	7	3	1
64	48	38	39	23	21	19	28	21	30	3	1
43	26	100	0	16	100	100	11	11	100	3	1
27	28	18	34	24	19	22	27	24	21	3	1
36	30	20	24	14	12	20	23	14	16	3	1
17	37	33	26	17	17	11	17	17	17	3	1
46	33	25	21	21	15	10	17	17	13	3	1
25	10	25	31	30	30	25	28	26	26	3	0
48	74	8	50	26	100	42	44	62	51	3	0
24	80	40	16	28	39	42	13	15	12	3	0
25	20	25	30	27	31	33	30	22	10	3	0
47	77	70	45	65	30	27	29	23	26	3	0
80	20	17	23	21	21	21	18	19	18	3	0
19	36	34	38	32	14	19	22	20	25	3	0
51	18	30	20	19	16	20	10	25	6	3	0
13	30	30	13	13	6	2	5	4	2	3	1
14	6	21	12	16	11	8	4	2	14	3	1

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	1
0	72	35	27	18	5	18	4	4	3	3	1
13	13	14	15	15	11	4	3	2	1	3	1
7	20	16	16	8	6	6	3	2	0	3	1
17	24	20	12	9	9	6	5	3	1	3	1
77	77	37	27	7	11	9	7	7	4	3	1
34	7	20	20	19	6	4	3	3	1	3	1
37	25	22	19	14	8	3	2	2	1	3	1
13	7	15	24	13	22	13	21	13	4	3	0
28	28	28	28	28	8	28	14	16	14	3	0
33	45	37	28	24	26	21	19	24	27	3	0
16	18	26	34	26	20	20	20	21	16	3	0
13	13	10	14	16	18	18	12	10	9	3	0
37	53	21	22	24	19	21	20	25	16	3	0
18	12	20	27	7	12	11	13	12	12	3	0
5	7	22	16	16	13	12	13	10	9	3	0
29	12	10	9	5	12	100	100	16	14	6	1
42	28	21	15	4	8	9	11	18	20	6	1
32	16	10	10	7	13	17	17	25	25	6	1
29	48	58	8	8	18	16	16	58	24	6	1

43	19	15	14	5	6	11	24	32	24	6	1
75	14	32	28	4	17	22	26	28	19	6	1
27	29	16	16	6	100	100	95	22	66	6	1
40	17	14	10	6	13	16	32	28	16	6	1
4	8	9	13	99	0	8	8	13	13	6	1
13	9	9	9	7	8	10	17	19	17	6	1
22	26	17	12	9	7	11	16	27	14	6	1
33	18	1	21	8	8	10	24	24	1	6	0
35	12	10	12	11	10	100	14	13	12	6	0
18	20	14	12	11	8	14	39	22	12	6	0
1	3	6	9	8	7	100	15	12	9	6	0
13	13	13	13	11	13	13	15	16	13	6	0
16	96	32	11	10	100	95	1	29	11	6	0
31	23	13	8	3	100	7	33	26	16	6	0
9	6	40	3	10	28	6	10	20	18	6	0
33	19	15	8	6	5	35	40	40	21	6	0
21	24	23	7	7	4	11	33	14	11	6	0
1	5	12	11	10	10	4	4	2	1	6	1
24	10	27	24	21	17	12	6	5	6	6	1
14	48	32	100	17	18	13	10	3	100	6	1

54	62	27	25	38	1	13	14	14	19	6	1
26	16	15	15	22	12	7	6	3	3	6	1
27	96	39	81	14	19	16	4	4	8	6	1
38	12	18	15	18	16	15	6	5	5	6	1
20	15	20	12	18	9	7	4	2	2	6	1
12	22	32	36	100	37	0	35	35	1	6	0
32	39	24	28	26	26	29	39	25	30	6	0
26	24	74	37	64	19	23	17	18	30	6	0
22	21	20	19	18	17	26	29	26	22	6	0
23	10	12	15	15	12	15	15	15	10	6	0
43	33	36	34	40	42	35	20	15	12	6	0
25	23	18	1	24	28	28	20	26	26	6	0
47	54	17	31	34	27	29	22	28	34	6	0
53	39	27	19	14	50	25	27	17	7	6	0

9 Deklaration

Ich erkläre hiermit,

- dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und nur unter Benutzung der angegeben Quellen verfasst habe,
- dass ich auf eine eventuelle Mithilfe Dritter in der Arbeit ausdrücklich hingewiesen habe.

Ort, Datum: ....

Unterschrift: ....